

תרגיל 8 מרוכבות תיכוניסטים תשע"ח

27 במאי 2018

1. מצאו את כל האפסים של הפונקציה $f(z) = \tan z$ וקבעו מהו הסדר של כל אפס.
2. מצאו את כל הפונקציות השלמות המקיימות $f(z) = f(f(z))$.
3. מצאו את כל הפונקציות האנליטיות בעיגול עם רדיוס 2 שמרכזו בראשית המקיימות $f\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}$ לכל n טבעי.
4. מצאו (או הוכיחו שלא קיימת) f אנליטית בעיגול היחידה הפתוח המקיימת $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n+1}$ לכל n טבעי, $n \geq 2$.
5. מצאו (או הוכיחו שלא קיימת) f שלמה המקיימת $|f(z)| = |1 - |z||$ לכל $z \in \mathbb{C}$.
6. תהי f פונקציה שלמה המקיימת $|f\left(\frac{1}{n}\right)| \leq \frac{1}{n^n}$ לכל n טבעי. הוכיחו ש: $f = 0$.
7. בונוס: מצאו את כל הפונקציות השלמות המקיימות $f''\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{1}{n}\right) = 0$ לכל n טבעי. היזכרו במה שלמדתם במד"ר.