

תרגיל 5 גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

1. חשבו את העקמומיות של הפונקציות $y = f(x)$ בנקודות הקיצון והפיתול שלהן.

(א) $y = x^3$

(ב) $y = x^4 - x$

2. חשבו את העקמומיות הכוללת של העקומות הבאות:

(א) $\prod_{k=1}^n (kx^2 + ky^2 - 1) = 0$

(ב) $\alpha(t) = (2a \cos t + a \cos 2t, 2a \sin t - a \sin 2t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 2\pi]$

(ג) $\alpha(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ כאשר $a > 0$ ו- $t \in [0, 6\pi]$

3. נתבונן בעקומה עם פרמטריזציה $\alpha(t) = (\cos t, \frac{1}{2} \sin 2t)$ כאשר $t \in [0, 2\pi]$

(א) האם זו פרמטריזציה במהירות יחידה?

(ב) חשבו את $\int_0^{2\pi} k(t) dt$ (כדאי באמצעות תוכנה כזו או אחרת). נסו להסביר זאת גיאומטרית (ראשית ציירו את העקומה).