

גבול של פולינום:

יהי  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  פולינום מדרגה  $n > 0$  (כלומר  $a_n \neq 0$ ), הגבול באינסוף:

$$f(H) = H^n \left( a_n + a_{n-1} \cdot \frac{1}{H} + \dots + \frac{a_0}{H^n} \right)$$

נחשב לדוגמה את המצב בו  $a_n > 0$ , וזוגי:

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ . הסבר:  $H^n$  אינסופי חיובי,  $a_n + a_{n-1} \cdot \frac{1}{H} + \dots + \frac{a_0}{H^n}$  משמעותי, ולכן הכפל אינסופי חיובי.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ . הסבר:  $H$  אינסופי שלילי, אך  $H^n = H^{2k} = (H^2)^k$  אינסופי חיובי, כיוון ש  $H^2$  תמיד חיובי.  $a_n + a_{n-1} \cdot \frac{1}{H} + \dots + \frac{a_0}{H^n}$  משמעותי, ולכן הכפל אינסופי חיובי.

תרגיל:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = 0 \text{ אם } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$$

פתרון:

יהי  $0 \neq \Delta x \approx 0$ . נתון כי  $f(c + \Delta x)$  הוא אינסופי חיובי, לכן  $\frac{1}{f(c + \Delta x)}$  הוא אינפי. ונקבל:

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{f(x)} = st \left( \frac{1}{f(c + \Delta x)} \right) = 0$$

כדרוש.