לינארית 2-מטלה 4

תרגיל 1. מצא את הע"ע ואת הו"ע של המטריצות הבאה:

א. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

ב. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

ג. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$

תרגיל 2. הוכח שלמטריצה $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times2}$ אין ערכים עצמיים.

תרגיל 3. מטריצה נילפוטנטית מסדר i היא מטריצה ריבועית A כך ש$A^{i-1}\neq0$ וגם $A^{i}=0$. תהא $A \in \mathbb{R}^{2\times2}$ מטריצה נילפוטנטית מסדר k. מהם הערכים העצמיים של A?

תרגיל 4.

א. תהיי A מטריצה ריבועית מסדר n. נסמן את הפולינום האופייני שלה ב $f_A(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n$. הוכח ש$|A|(-1)^n=a_0$.

ב. יהיה v וקטור עצמי של המטריצה A ששייך לערך עצמי λ. הראה שווקטור v גם ווקטור עצמי של המטריצה A^k $(k\in\mathbb{N})$ ששייך לערך עצמי λ^k.

תרגיל 5. במרחב $\mathbb{R}_2[x]$ נתון הבסיס: $P_1(x)=1+x, P_2(x)=1-x, P_3(x)=x+x^2$. T היא העתקה לינארית המעתיקה את המרחב הנ"ל לעצמו כך שמתקיים:

$$T(P_1(x))=1, T(P_2(x))=2+x, T(P_3(x))=x^2$$

הוכח ש $\lambda=1$ הוא ערך עצמי ומצא בסיס למרחב העצמי הנתון.

תרגיל 6. הוכח ש- A לא הפיכה אם ורק אם קיים לה ערך עצמי $\lambda=0$