

תרגיל 7

1. תהי $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה מדידה ואי שלילית שמקיימת $\int_X f d\mu = 0$. הוכיחו כי $\mu(\{x \in X : f(x) > 0\}) = 0$.

2. תהי $f_n : X \rightarrow \mathbb{R}$ סדרה של פונקציות אינטגרביליות המתכנסות במידה שווה ל- f . הוכיחו כי אם המידה של X סופית אז f אינטגרבילית, ו- $\int f_n d\mu \rightarrow \int f d\mu$. (רמז: הגדירו סדרה חדשה: $h_n = f - f_n$, והשתמשו במשפט ההתכנסות החסומה)