

תרגיל 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ח

14 במרץ 2019

1. כמה סדרות (a_1, a_2, \dots, a_k) של k מספרים מתוך $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ יש המקיימות: $a_{i+1} \geq a_i + 4$: $\forall 1 \leq i \leq k-1$?

2. כמה סדרות (a_1, \dots, a_{10}) של מספרים שלמים יש המקיימות את התנאי הבא (יסומן להלן $(*)$):

$$1 \leq |a_1| \leq |a_2| \leq \dots \leq |a_{10}| \leq 1000$$

3. הועד האקדמי של הפקולטה להנדסה פרסם תחרות מאמרים אקדמיים: יחולקו 5 פרסים כספיים (מניחים שבפקולטה יש לפחות 5 סטודנטים שיגישו מאמר) בסדר יורד, עם הפרש של לפחות 1000 ש"ח בין פרס לפרס, כאשר הפרס הראשון (עבור המאמר המוצלח ביותר) יהיה לכל היותר 20000 ש"ח, והאחרון (עבור המאמר החמישי במוצלחותו) יהיה לכל הפחות 1000 ש"ח. כמה אפשרויות יש לחלוקת הפרסים בין הסטודנטים?

4. כמה קבוצות של 4 מספרים מתוך $\{1, 2, \dots, 100\}$ אינן מכילות שני מספרים עוקבים?

5. כמה פתרונות יש למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$, כאשר $x_i \leq 20$ שלמים (לא בהכרח אי שליליים)?

6. כמה פתרונות יש למשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ כאשר:

(א) לכל $1 \leq i \leq 4$: $x_i \geq 0$ זוגי.

(ב) לכל $1 \leq i \leq 4$: $x_i \geq 0$ אי-זוגי.

7.

(א) כמה מספרים בין 1000 ל-10000 יש שסכום הספרות שלהם הוא 8?

(ב) כמה מספרים בעלי n ספרות לכל היותר יש שסכום הספרות שלהם הוא 8?

8. בכמה דרכים ניתן להרכיב חבילת שי לחגים בת 10 פריטים כך שיהיו בה: שניים או שלושה בקוקי יין, צנצנת דבש אחת, לפחות שתי חבילות עוגיות, ולפחות שתי חפייסות שוקולד? (כל הפריטים מאותו סוג זהים).

9. כמה מחלקים (ללא שארית, כמובן) טבעיים שונים יש למספר 600? (רמז: העזרו בפירוק המספר לראשוניים).

10. אדם נכנס למכולת ומבקש לקנות חומוס. לבקשתו הוא נענה שיש במכולת חומוס של חמש חברות שונות, כאשר כל חברה משווקת את החומוס בקופסאות בשלוש מידות שונות (1 ק"ג, 500 גרם ו 250 גרם), וכל קופסא ניתן לקבל עם סחוג ובלי סחוג.

(א) כמה אפשרויות לקניית חומוס עומדות בפניו?

(ב) כמה אפשרויות לקניית שתי קופסאות חומוס - האחת עם סחוג והשנייה בלי, עומדות בפניו?

(ג) כמה אפשרויות לקניית שלוש קופסאות חומוס, בשלושה גדלים שונים, עומדות בפניו?