

### תרגיל 3

1. חשבו את הגבולות הבאים או הוכיחו שאינם קיימים:

א.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{|x|+|y|} \cos\left(\frac{1}{y^2}\right)$     ב.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{(x+y)^2+y^2}$     ג.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+y)^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$   
 ד.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy}}{xy}$     ה.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-2y}{2x-3y}$     ו.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{-|x-y|}{e^{(x^2-2xy+y^2)}}$

2. קבעו האם הפונקציות הבאות רציפות בנקודה  $(0,0)$ :

א.  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \ln(y+1)}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$     ב.  $f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{x^2+y^2} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$   
 ג.  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+x^3+y^3}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$     ד.  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-xy^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

3. מצאו את הגבולות החוזרים לפונקציות הבאות בנקודה  $(0,0)$ :

א.  $f(x,y) = \frac{y^2}{x^4+y^2}$     ב.  $f(x,y) = \frac{x \sin\left(\frac{1}{x}\right)+y}{x+y}$     ג.  $f(x,y) = \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$

4. עבור הפונקציות הבאות, בדקו האם הן דיפרנציאביליות בנקודה  $(0,0)$ :

א.  $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$     ב.  $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3+y^3}$   
 ג.  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$     ד.  $f(x,y) = (x+y)\sqrt{x^2+y^2}$

5. מצאו את פיתוח טיילור לפונקציות הבאות:

א.  $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$  מסביב ל-  $(1,0)$  מסדר 2

ב.  $f(x,y) = e^{2x} \ln(1+y)$  מסביב ל-  $(0,0)$  מסדר 4

6. חשבו את הנגזרת  $\left. \frac{df}{dt} \right|_{t=1}$  כאשר  $f(x,y,z) = x^3y^2z^4$  וכאשר  $(x,y,z) = (t^2, t+2, 2t^4)$  ע"י הצבה של  $x,y,z$  וגם ע"י הכלל השרשרת.

7. מצאו כל הנקודות במשטח  $x^2+y^2-z^2=1$  כך שהמישור המשיק מקביל למישור  $x+y+z=1$ .

8. חשבו את הנגזרת של  $f(x,y,z) = xy^2z^3$  בכוון  $(4,3,0)$  בנקודה  $(3,2,1)$ .

בהצלחה.