

תרגיל 1

שאלה 1

תהי $f(x)$ פונקציה גזירה פעמיים. נתון ש-

$$M_i = \sup_{x \in \mathbb{R}} |f^{(i)}(x)| < \infty, \quad i = 0, 1, 2$$

1. הבע את $f(a+t)$, $f(a-t)$ בעזרת פיתוח טיילור מסדר 1 סביב נקודה $a \in \mathbb{R}$ כלשהי,

והוכח כי $2M_1 t \leq 2M_0 + M_2 t^2$ לכל t .

2. הסק מכך ש- $M_1^2 \leq 2M_0 M_2$.

שאלה 2

תהי $f(x)$ פונקציה בעלת נגזרת שלישית רציפה בקטע $[-1, 1]$ המקיימת:

$$f'(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f(0) = f(-1) = 0$$

הוכח כי קיימת נקודה c בקטע $[-1, 1]$ עבורה $f^{(3)}(c) \geq 3$.

שאלה 3

1. העזר בפיתוח טיילור של הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x}$ על מנת לחשב את $\sqrt[3]{30}$ כך שהשגיאה בערכה המוחלט לא תעלה על $5 \cdot 10^{-4}$.

2. העזר בפיתוח מקלורן מסדר מתאים על מנת לחשב את הגבול

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - (x+1)}{\tan x - \sin x}$$

בהנאה!