

מבוא עסקת הרכיב - הרצאה 1

קומבינאטיקה

תמורה (פרמוטציה) - סיפור (מחשב) של ענניק בשורה.

התמורה היא פונ' חמ"צ והיא מקבוצה לקבוצה עצמה.

מסת'ן ק-ד

הקבוצה תפי X קבוצה. פונ'  $X \rightarrow X$  : סקרא

תמורה על X אק ד חמ"צ והיא.

פונ'קציה בכמה אבסור' נ'ן עסדר 3 אלו'ן בשורה?

פתרון כאן מפור' במספר התמורה האבסור'.

נ'ן שמי, נניח, והיא, פני, הקס.

סיפור ראשון (עלא סינוי) יהא פני הקס

" שני יהא הקס

" שלישי יהא פני

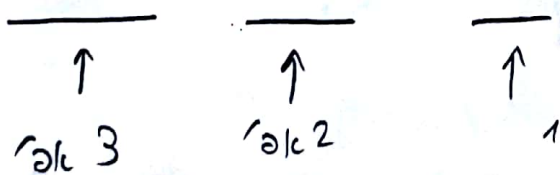
" רביעי יהא הקס

" חמישי פני הקס

" שישי יהא פני הקס

ז"א סה"כ 6 תמורה

בפירק קצרה



$\rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = \boxed{6}$

סדרה (הפצה) מס' האפשרות - עיבוד מחזק של n אנשים בשורה

הנו . !n

הכוחה עמיתך הרשטן יש n אפשרות לפני n-1

נניח באינדוקציה כי מספר האפשרויות עיבוד n-1

אנשים הוא (n-1)! ונקבל את הפורמ.

ישנה עסקי הקדמה  $(1! = 1)$

סדרה שקולה - מס' התחילת של הקבוצה  $\{1, 2, \dots, n\}$

(חזרה על התרג)

(העיבוד הנ"ל היה בלי חזרה)

כאשר נרצה לבחור מהו מספר האפשרות לעיבוד n

עצמים, עם חזרות, פה"נו חלק מהעצמים להיות אחד,

מס' האפשרות יש לנו באופן הבא:

1	מספר	עצמים	$k_1$	בהנחת
2	"	"	$k_2$	
			$\vdots$	
l	מספר	עצמים	$k_l$	

נקבל 
$$\frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_l)!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_l!} = \frac{n!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_l!}$$

פונקציה מספר האפשרויות לביקור מחזורי

המילה PEPPER

סתבות: רק האותיות הן שונות ← 6! אפשרות

אפשרות אחת למספר זה הולך כפי שתהייה שונות:

$P_1 E_1 P_2 P_3 E_2 R$

אנא וקרא 6!

במידה ויש אותיות זהות כמו בפונקציה לעיל (קרא):

P	עומק	מסוג	3
E	"	"	2

$$\frac{6!}{2! 3!}$$

ולכן

חוק הכפל: בניסוי בשני שלבים כאשר בלבד הראשון יש מ תוצאות אפשריות ובלבד השני יש n תוצאות, אזי יש בניסוי n·m תוצאות אפשריות.

(שלב ראשון, שלב שני) כאשר

(1, 1) (1, 2) ... (1, n)

(2, 1) ...

(m, 1) ... (m, n)

קרא

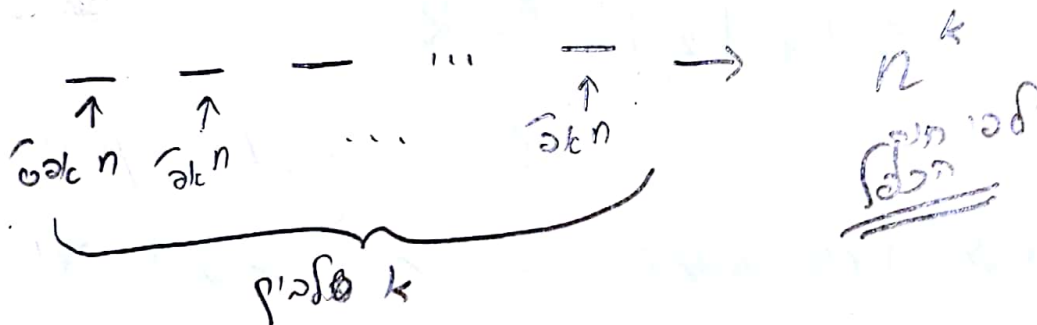
חוק הכפל המלא: בניסוי עם a שלבים לכל שלב יש  $n_1, n_2, \dots, n_k$  תוצאות אפשריות.

אפשרות

בחינה - א צבאים מתוך ח צבאים

מניחים בק"כ כי  $k > n$ .

בחינה עם כמה יוצק חשבון לפי זה.  
 (ניתן לראות שיש לפחות אחד)



דוגמה

1. צבאים 2 קובי. מס' קאפ. כל קוביה היא 6

$$\overline{1} \quad \overline{1} = 36 \text{ אפשרויות}$$

$$6 \quad 6$$

2. האלף נאכז 3 פונים (או האלף 3 נאכז)

$$\overline{1} \quad \overline{1} \quad \overline{1} \rightarrow 2^3 = 8 \text{ אפשרויות}$$

$$2 \quad 2 \quad 2$$

3. כמה אפשרויות בני 4 ספרות ניתן לכתוב אותן באמצעות הספרות 0, 1, 2, ..., 5?

פתרון: אומן ספר הפירוש הוא וספרה יכולה להיות

יותר מפעם אחת, נקבל

$$\overline{1} \quad \overline{1} \quad \overline{1} \quad \overline{1}$$

$$6 \quad 6 \quad 6 \quad 6$$

$6^4$  אפשרויות

אך מספרים לא יכולים להיות צבאים ולכן נחסר  $6^3$  אפשרויות

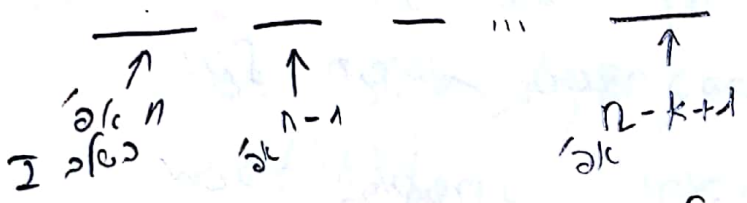


פרק 3 ס' 5 אופי האופיה ולכן יש רק 5 אופ' בסדרת האופ' (3)

$$\overline{5} \overline{6} \overline{6} \overline{6} \rightarrow \boxed{5 \cdot 6^3}$$

בחירה קב' חזרה ועק' חסיד' לבסוף:

הקצ' רהו מספר החסיד' (Variations) הוא קב' האפשרויות לבחור א' עומד מתוך n עומדי סופו, כאשר אין לבחור א' אחר עומד יותר מפעם אחת, אך ישנה חשיבות לבסוף הבחירה.



נקבל עכ' הכפול:

$$n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = P_n^k$$

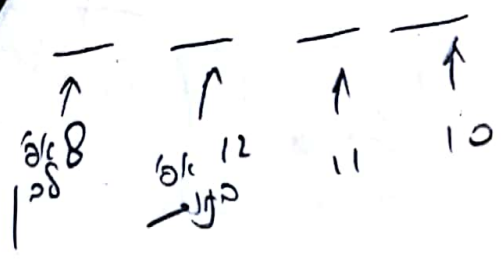
תוצאה: מבין 8 בנים 1-12 בניו בוחרים וצורה בר 4 תלמידים. כל התפקידים בוצעה שונים ולפיכך לא יכלו לבחור אותם מתפקיד אחד. א' בנחה אופנין ניתן לבחור את הוצג? ב' בנחה אופנין ניתן לבחור את הוצג אלא לתפקיד אחר? מבין 20 ילדים לבחור 4 מבין מהם 3 מתפקידים תלמידים

$$P_{20}^4 = \frac{20!}{(20-4)!} = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17$$

כתיוב: א'  $n=20$  ב'  $k=4$

ב. פרק 1' ניסוי דו-שלבי: שלב א' בחיר' ק'  $\frac{8!}{(8-1)!}$

שלב ב': 3 בנות מתוך 12,  $\frac{12!}{(12-3)!}$



צירופים

בחירה בעי חשיבו מספר וגם יחידה

הצורה מספר הצירופים (Combinations) הוא מס' האפשרויות  
 לבחור א גבולות מספר  $n$  איברים שונים, כאשר אין  
 שגיאה את אותו איבר יותר מפעם אחת (ז'א בעי חזרה)  
 וגם חשיבו מספר הבחירה.

מספר האפשרויות יהיה  

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
 "  $\binom{n}{k}$  נקרא המקדם הבינומי.

הצורה של צירוף של  $k$  איברים (ימ' כס' צורה  $k$  -  $n$ )  
 אופן שונים ומבין  

$$P_n^k = C_n^k \cdot k!$$

נוסחת הבינום של ניוטון

יהיו  $a, b \in \mathbb{R}$  ויהי  $n \in \mathbb{N}$  אזי נסתק"ף:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

תוצאה: תוכח  

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$
 פתרון: תחילה נניח  $a=b=1$   
 אופן

4

כחידה א צדדים מתוק מ כפי חטיבה לסדר  
ועם חזרה

ניתן להשתמש בא המידה ככזה מליוו מ תאים בא בא <sup>מיליון</sup> <sub>מיליון</sub>  
שקול עסקים עמרי הטלה; כמה פתרונות שלמים, אי שלילים  
יש למשוואה  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$  ?

נניח כפי "כוכבים ומחיצות"

נניח א  $k = 1 + \dots + 1$  כספרים של אחר (כוכבים)

ומחלקים אותם בצורה  $n-1$  מחיצות  $s-n$  אפסים (מיליון)

מס' האפשרות לסדרת הכנויות  $s-n$  כוכבים לפיכך  
 $\binom{s+t}{s}$  מא  $t-1$  מחיצות

עם אמצענו נקבל כי  $n+k-1$  מס' המקומות שיש להטיל  
על א כוכבים  $n-1$  ! מחיצות

ונקבל  $\binom{n+k-1}{k}$  אפשרות

נשים לב כי יש התאמה חד-חד ואל בין פתרונות  
המשוואה לבין בחירה לפי חטיבה עם מספר ועם חזרה  
מתוק  $\{1, \dots, n\}$ , וההתאמה היא שמתן פתרון  
 $(x_1, \dots, x_n)$  הוא יצור לבחירה שבה  $n \geq x_i \geq 1$   
נבחר: א פתרון



קובצת  $X$  כמה פתרונות של  $\sum_{i=1}^n x_i = 200$ ,  $x_i \geq 0$

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = 200$$

יש 100 משוואה

פתרון: שקול לשאלה עבור חלק 200 כפולים בתיק  
 עם 100 תאים שונים (המשניים)  
 200 (יחידות) שלם (המשניים)

הפתרון

$$\binom{100 + 200 - 1}{200}$$

לפני סיכום

בתיק  $k$  מתוך  $n$

כתיב חסר מספר	עק חסר מספר	
$\binom{n+k-1}{k}$	$n^k$	עק חסר
$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$P_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	כתיב חסר

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

עקרון ההפרה ומדמה: כי קודם

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

שיש שני קו יתר עשה כמה איברי מקימים תכונה לכל  
 שלו או שלו תכונה, מאז עשה כמה איברי מקימים עשות תכונה אחת