

אינטגרלים מסוימים

1. חשבו את אורך העקומה של הפונקציות הבאות בקטעים הנתונים:

זכרו כי אורך עקומה נתון על ידי הנוסחה $L = \int_a^b \sqrt{(f'(x))^2 + 1} dx$

א. בקטע $[a, b]$ $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

ב. בקטע $[1, 2]$ $f(x) = \ln(x)$

ג. בקטע $[-1, 1]$ $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ (זה היקף חצי מעגל היחידה)

2.

א. הוכיחו שלכל פונקציה זוגית מתקיים $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

ב. הוכיחו שלכל פונקציה אי זוגית מתקיים $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

3. חשבו את האינטגרל $\int_{-1}^1 \frac{\sin(x^3)e^{(x^2)} + \arctan(x)}{1+x^2} dx$

4. תהיינה פונקציות גזרות $f(x), g(x), h(x)$, ונגדיר את הפונקציה $r(x) = \int_{h(x)}^{g(x)} f(t) dt$

מצאו את הנגזרת $r'(x)$.

5. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{-x}^x e^t \sqrt{t+1} dt$

6. תהי $f(x)$ גזירה ב \mathbb{R} כך ש $f(0) > 0$. נגדיר פונקציה $g(x) = x \cdot \int_0^x f(t) dt$.

הוכיחו כי ל $g(x)$ יש קיצון מקומי ב $x = 0$.