

# תרגיל 11

(1) יהי  $(\mathbb{R}, \mathcal{A}, \mu)$  מרחב מידה חייטיג,  $\varphi \in \mathcal{B}(\mathbb{R}) \subseteq \mathcal{A}$  (משפחה מוחלטת), וזכור  $V \neq \emptyset$  פתוחה:  $\mu(V) > 0$

1-  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  רצופים,  $f = g$  (כמעט)  $\mu$ -

$$\underline{\underline{SIC}} \quad f \equiv g \quad \text{בט טקום}$$

$$\|f\|_\infty = \sup \{ |f(t)| \mid t \in \mathbb{R} \}$$

זכור!

(2)  $S = \mathcal{P}(\Omega)$ ,  $\Omega = \{0, 1\}$  : אום

$$\forall E \in \mathcal{S} : \mu(E) := \begin{cases} \infty & 1 \in E \\ 0 & 1 \notin E \end{cases} :$$

(א) הוכחו  $(\Omega, \mathcal{S}, \mu)$  מרחב מידה חייטיג.

(ב) האם טקוים זכור מדידה וחטומה כמעט  $\mu$  ( $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ) :

$$\|f\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \|f\|_p$$

(3) יהיו  $1 < p < \infty$ ,  $q = p'$ ,  $1 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ ,  $h \in L^p(\mathbb{R})$ .

זכור  $f \in L^q(\mathbb{R})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , גבי:

$$(h * f)(x) := \int_{\mathbb{R}} h(x-t) f(t) dt$$

(טעם <sup>תורה</sup> להראות כי  $h * f$  מדידה זכור)

הוכחו כי  $L^\infty(\mathbb{R}) \ni (h * f)$

$$\|h * f\|_\infty \leq \|h\|_p \|f\|_q$$

זכור!

(4) הוכחו כי קבוצת הפונקציות השטוחות

צפופה ב-  $L^p(\mathbb{R})$ , עבור  $p \geq 1$ .