

בסטטיסטיקה והסתברות.

תרגיל מספר 8

שאלה 1:

X משתנה מקרי בעל פונקציית הצפיפות:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ c & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

- א. מצאו את c.
- ב. רשמו את פונקציית ההצטברות.
- ג. חשבו את $P(\frac{1}{3} < X < \frac{3}{4})$.
- ד. חשבו התוחלת של X.

שאלה 2:

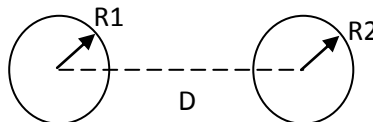
$$f(x) = \begin{cases} c \cdot \cos(x) & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

המיימ X הוא בעל פונקציית הצפיפות:

- א. מצאו את c.
- ב. מצאו את פונקציית ההתפלגות של X.

שאלה 3:

לפניכם זוג מעגלים שרדיוסיהם $R_1 \sim U(0, R)$ ו- $R_2 \sim U(0, R)$ הם משתנים מקריים בלתי תלויים (רציפים כמובן) בעלי התפלגות אחידה. יהי D המרחק בין הכדורים. מצאו את ההסתברות לכך שאחד המעגלים מקיף את משנהו.



שאלה 4:

רכבת מגיע לתחנה כל 15 דקות החל מהשעה שש בבוקר. אדם מגיע לתחנה כל בוקר בין השעה שבע ועשרה לשבע וחצי. יהי X מספר הדקות משבע ועשרה עד ללהגעת האדם לתחנה. ויהי Y מספר הדקות שהאדם נדרש לחכות לרכבת. חשבו את פונקציות ההצטברות והצפיפות של Y בהינתן X אלו של X

שאלה 5:

נניח כי הפיתרונות של המשוואה $x^2 + ax + b = 0$ הינם משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה: $X_1 \sim U(-1,1)$ ו- $X_2 \sim U(0,1)$.

- א. מהי ההסתברות ש $a > b$?
ב. בהינתן ש $a > -1$ מהי ההסתברות ש $b > 0$?

נניח עתה שבמקום X_1, X_2 , $a \sim U(0,1), b \sim U(0,1)$ הם המשתנים המקריים הנתונים של המשוואה הריבועית. (שימו לב שגם קודם הם היו משתנים מקריים אך מן הסתם לא ניתנו מפורשות)

ג. חשבו את ההסתברות ש- $X_1, X_2 \in \mathbb{R}$ ושמתקיים $|X_1 - X_2| < \frac{1}{2}$?

שאלה 6:

יהי X משתנה מקרי המתפלג אחיד על-פני $[-1,1]$.

- א. מצא את התפלגות $\sqrt{|X|}$
ב. מצא את התפלגות $-\ln(|X|)$.

שאלה 7:

משקל חבילת אורז, X , מתפלג נורמלית עם תוחלת 200g וסטיית תקן σ . ידוע כי $P(X < 193.3) = 0.25$

- א. מצא את סטיית התקן של התפלגות משקל החבילה.
ב. נבחרו 100 חבילות אורז באופן אקראי. מהי שונות מסי החבילות, מתוך המאה, שמשקלן נמוך מ-190g ?

