תרגיל 5

שאלה 1. הוכיחו ש- $V = \mathbb{R}^2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}$ מעל $\mathbb{R}$ הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} \\ \\ \alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} \end{cases}$$

שאלה 2. הוכיחו ש- $V = \mathbb{R}^{2\times 2} = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}$ מעל $\mathbb{R}$ הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix} \\ \\ \alpha \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} \end{pmatrix} \end{cases}$$

שאלה 3. הוכיחו ש- $V = \left\{ \begin{pmatrix} z \\ \overline{z} \end{pmatrix} : z \in \mathbb{C} \right\}$ מעל $\mathbb{R}$ הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} \\ \\ \alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} \end{cases}$$

4.

תהיינה A ו B מטריצות ריבועיות מאותו סדר, כך שמתקיים $A^3 = I$ ו $BA = A(A+I)$.

א. הוכיחו כי $A^{-1} = A^2$.

ב. הוכיחו כי $B = A + I$.

ג. הוכיחו כי $BABA = A^2B^2$

5.

תהי A מטריצה הפיכה. הוכיחו את הטענות הבאות:

1.1 קיימת ל A מטריצה הופכית יחידה.

1.2 A^t הפיכה.

1.3 A^5 הפיכה.