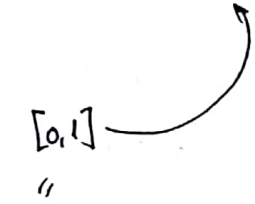


25 3 2018

הצגת פונקציה  
 - פונקציה  
 - (b) - IN

הצגת פונקציה



$t \in [a,b]$

פונקציה

$$\alpha(t) = (\alpha^1(t), \alpha^2(t))$$

הצגת פונקציה - I

$C^2$  הפונקציה

הצגת פונקציה

$$t = t(s)$$

$$\beta(s) = \alpha(t(s))$$

$t \in [a,b]$  לכל  $\alpha^i(t) \neq 0$  הפונקציה

הצגת פונקציה

הצגת פונקציה  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $\mathbb{R}^2$  הפונקציה

הצגת פונקציה - II  
 $F(x,y) = 0$  הפונקציה

הצגת פונקציה

$$f(x,y) = y - x^2 \quad \text{כל } (1)$$

הצגת פונקציה

הצגת פונקציה

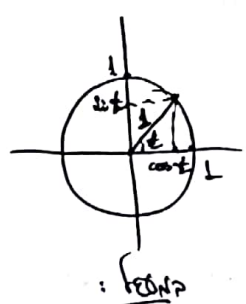
$$\alpha(t) = (t, t^2)$$

הצגת פונקציה

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  'קנין'  $(\mathbb{R}^2)$  נכח:  $f(x) = y$   $\Rightarrow$   $y = f(x)$  - (2)  
 $\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x) \}$  : זהו תחום זה

$f(x,y) = y - f(x)$  זהו תחום זה  $\Rightarrow$   $y = f(x)$   
 $\alpha(t) = (t, f(t))$  : זהו תחום זה

זהו תחום זה  $\Rightarrow$   $f(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$  - (3)



$f(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$

$\alpha(t) = (R \cos t, R \sin t)$   
 $t \in [0, 2\pi]$

$x = R \cdot \cos t + x_0$   
 $y = R \cdot \sin t + y_0$

$(x_0, y_0)$  נקודה  $\mathbb{R}^2$  - (3)

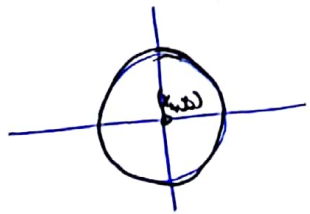
$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$

$\alpha(t) = (x_0 + R \cos t, y_0 + R \sin t)$

$\alpha: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$\alpha(t) = (x_0 + R \cos t, y_0 + R \sin t)$

$\alpha: [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$



Handwritten notes at the bottom left, including arrows and some illegible text.

עגל מ'גורם ע'צ,  $v, w \in \mathbb{R}^2$  י'ב' ע'ג'ל

$w \rightarrow v$  'ג'ל'  $v$  'ג'ל'  $w$  'ג'ל'  $v$  'ג'ל'  $w$  'ג'ל'



$\alpha: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$

ע'ג'ל

$\alpha(t) = (1-t) \cdot v + t \cdot w$

ע'ג'ל מ'גורם ע'צ,  $a, b, c > 0$  י'ב' ע'ג'ל

$a, b, c > 0$

$ax^2 + by^2 = c$  ע'ג'ל  
 ע'ג'ל מ'גורם ע'צ

$\frac{a}{c}x^2 + \frac{b}{c}y^2 = 1$

$(\sqrt{\frac{a}{c}}x)^2 + (\sqrt{\frac{b}{c}}y)^2 = 1 \Rightarrow$  ע'ג'ל

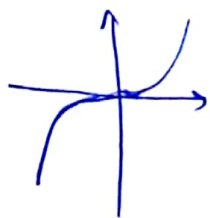
$\Downarrow$

$\alpha(t) = (\sqrt{\frac{c}{a}} \cdot \cos t, \sqrt{\frac{c}{b}} \cdot \sin t)$

$t \in [0, 2\pi]$



ע'ג'ל מ'גורם ע'צ,  $y = x^3$  י'ב' ע'ג'ל  
 ע'ג'ל מ'גורם ע'צ



$\alpha(t) = (t, t^3)$

ע'ג'ל

ע'ג'ל מ'גורם ע'צ,  $\alpha'(t) = (1, 3t^2) \neq 0$  י'ב' ע'ג'ל

$\alpha'(t) = (1, 3t^2) \neq 0$

ע'ג'ל

ע'ג'ל מ'גורם ע'צ



ע'ג'ל

תוצאה:

$$\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$$

המשוואה



(6)

$$\gamma(t) = (2 \cdot \cos t, 3 \cdot \sin t)$$

(א) - המרחק המקסימלי הוא 3.

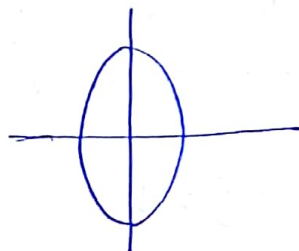
(ב) - המרחק המינימלי הוא 2.

(ג) - המרחק הממוצע הוא  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{4 \cos^2 t + 9 \sin^2 t} dt$ .

המשוואה

המשוואה

(7)



(8)

$$\gamma'(t) = (-2 \cdot \sin t, 3 \cdot \cos t) \neq 0$$

המשוואה  $\cos t = \sin t = 0$  אינה מתקיימת.

לכן המרחק המקסימלי הוא 3 והמינימלי הוא 2.

(9)

$$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 + y^2 = 9$$

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}y^2 = 1$$

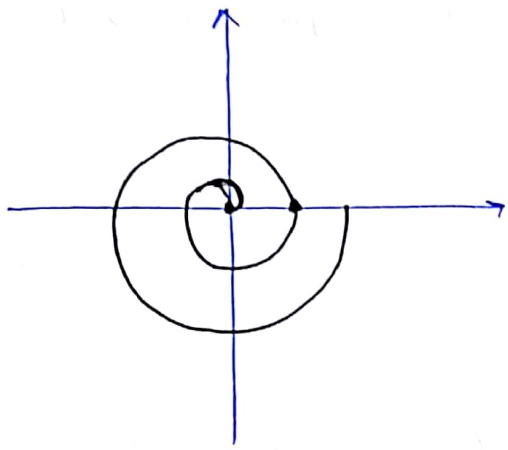
Handwritten mark at the bottom left corner.

$$\gamma(t) = (t \cdot \cos t, t \cdot \sin t) \quad : \text{parametrization of } \gamma \quad - (2)$$

$$t \in [0, 4\pi]$$

only for the first one

is a spiral



$$\gamma'(t) = (\cos t - t \cdot \sin t, \sin t + t \cdot \cos t) \quad - (2)$$

$$\stackrel{S}{=} (0, 0)$$

$\Downarrow$

$$\left. \begin{aligned} \cos t - t \cdot \sin t &= 0 \\ \sin t + t \cdot \cos t &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \cos t - t \cdot \sin t &= \sin t + t \cdot \cos t \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \tan t = \frac{1-t}{1+t}$$

no solution for

$$\cos t = 0$$

no solution for

no



no





∴  $\cos \theta = \frac{v \cdot w}{|v| |w|}$

$$\theta = \arccos \left( \frac{v(t) \cdot w'(t)}{\|v(t)\| \cdot \|w'(t)\|} \right) = \arccos \left( \frac{e^{2t}}{\sqrt{2} \cdot e^t \cdot e^t} \right)$$

$$\theta = \arccos \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

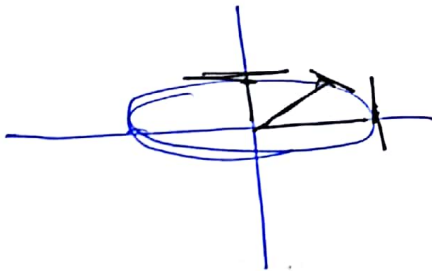
$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

⇒  $\theta = \frac{\pi}{4}$  is the angle between the two vectors.

∴  $\cos \theta = \frac{v \cdot w}{|v| |w|}$

$$v \cdot w = |v| \cdot |w| \cos \theta$$

∴  $\cos \theta = \frac{v \cdot w}{|v| |w|}$  is the formula for the angle between two vectors.  $\theta = \frac{\pi}{2}$  when the vectors are perpendicular.  $\theta = 0$  when the vectors are parallel.



W

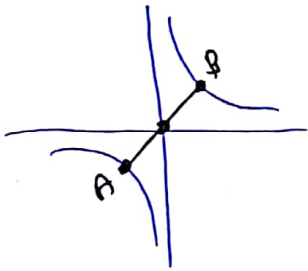
① - מצא את המישור המשיק למעלה:

$$x^2 - 4xy + y^2 + 8x + 2y - 5 = 0$$

② - מצא את המישור המשיק למטה:

③ - מצא את המישור המשיק לנקודה:

④ - מצא את המישור המשיק לנקודה:



ע"פ:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

מצא את המישור המשיק לנקודה A, B

$$(x-1)^2 - 4 = 0$$

$$x = 3, \quad x = -1$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$S - 3I = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} -2x - 2y &= 0 \\ x &= -y \end{aligned}$$

לכן

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$S + I = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 2x - 2y &= 0 \\ x &= y \end{aligned}$$

לכן

$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



:-

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$(8 \ 2) P = (3\sqrt{2} \ 5\sqrt{2})$$

⇓

$$3x^2 - y^2 + 3\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}y - 5 = 0.$$

⊗

$$3 \left[ \underbrace{\left( x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2}_{x'} - \frac{1}{2} \right] - \left[ \underbrace{\left( y - \frac{5\sqrt{2}}{2} \right)^2}_{y'} - \frac{25}{2} \right] - 5 = 0.$$

8 1230 16 3777A

$$3x^2 - y^2 + 6 = 0$$

... as for

(... ) ... (2) ...  
 $\left( -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} \right)$

... for ...

$$P \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

...  
 $(x_0, y_0) = (2, 3)$

...

3.3 את פונקציית  $y$

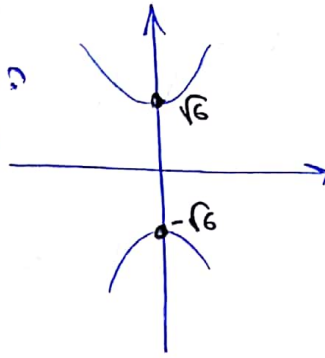
$$y = \pm \sqrt{c}$$

לפי משפט פונקציונלי

$$d = 2\sqrt{c}$$



מרחק בין הנקודות



1

$$f(u^1, u^2) = (u^1)^3 + (u^2)^3$$

1.2 - 2

$$\alpha(t) = (\cos t, \sin^2 t)$$

$$\frac{d}{dt} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}} (f \circ \alpha)$$

1.2

מרחק בין הנקודות  $t_1$  - 1  
 מרחק בין הנקודות  $t_2$  - 2

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \xrightarrow{\alpha} & \mathbb{R}^2 & \xrightarrow{f} & \mathbb{R} \\ t & \longrightarrow & u = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \end{pmatrix} & \longrightarrow & y \end{array}$$

1.2

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial u^i} \cdot \frac{du^i}{dt} \quad \left( \equiv \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial u^i} \frac{du^i}{dt} \right)$$

1.2

$$= \frac{\partial y}{\partial u^1} \cdot \frac{du^1}{dt} + \frac{\partial y}{\partial u^2} \cdot \frac{du^2}{dt}$$

$$= 3 \cdot \underbrace{(u^1)^2}_{\cos^2 t} \cdot (-\sin t) + 3 \cdot \underbrace{(u^2)^2}_{\sin^2 t} \cdot 2 \cdot \sin t \cdot \cos t$$

$$= 3 \cdot \cos^2 t \cdot (-\sin t) + 6 \cdot \sin^3 t \cdot \cos t$$

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0$$



→ as per (2)