

05/07/16

מועד א' – מבוא לאנליזה 2 למורים – 88-612-01

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את:

א.
$$\int \frac{\cos(x)}{\sin^4(x) + \sin^2(x)} dx$$

ב.
$$\int \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}} dx$$

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס
$$\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$$

3.

א. חשבו את הגבול
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin(t^2) dt}{x^3}$$

ב. חשבו את גבול הסדרה
$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k \cdot n}}$$

4.

א. קרבו את $\int_0^1 x^2 \sin(x^2) dx$ עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{1,000}$.

ב. חשבו את $f^{(65)}(0)$ עבור $f(x) = x^2 \sin(x^2)$.

5. תהי $f(x)$ פונקציה גזירה בכל \mathbb{R} , כך שנגזרתה רציפה בכל \mathbb{R} .

א. הוכיחו/הפריכו: אם $f'(x)$ זוגית אזי $f(x)$ אי-זוגית.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $f'(x)$ אי-זוגית אזי $f(x)$ זוגית.

(רמז: השתמשו במשפט היסודי של החדו"א.)