

# תיכונית 1 תש"פ

## תרגיל בית מספר 3

### סדרה הנדסית

1

את איברי הסדרה ההנדסית  $1, 2, 4, 8, 16, \dots$  חילקו לקבוצות באופן הבא:  
 $(1), (2, 4, 8), (16, 32, 64, 128, 256), \dots$  דהיינו, בקבוצה הראשונה איבר אחד ובכל קבוצה בשני איברים יותר מאשר בקדמותה.  
א. הבע באמצעות  $n$  את האיבר הראשון בקבוצה ה- $n$ -ית.  
ב. הבע באמצעות  $n$  את סכום האיברים בקבוצה ה- $n$ -ית.  
תשובה: א.  $2^{n^2-2n+1}$  ב.  $2^{n^2} - 2^{(n-1)^2}$ .

2.

מצא את ארבעת המספרים כאלו ששלושת המספרים הראשונים יוצרים סדרה הנדסית, שלושת המספרים האחרונים יוצרים סדרה חשבונית. סכום של זוג המספרים הפנימיים שווה ל-48, סכום של זוג המספרים החיצוניים שווה ל-64.  
תשובה:  $0, 16, 32, 64$  או  $4, 12, 36, 60$ .

3.

נתונה סדרה  $b^k, b^{k-1} \cdot c, b^{k-2} \cdot c^2, b^{k-3} \cdot c^3, b^{k-4} \cdot c^4, \dots$   
 $k$  מספר טבעי,  $c \neq 0, b \neq 0$  מספרים ממשיים.  
א. הוכח כי הסדרה היא סדרה הנדסית ומצא את מנת הסדרה.  
ב. מצא את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה ( $n \leq k+1$ ) כאשר  $b \neq c$ .  
ג. מצא את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה כאשר  $b = c$ .  
תשובה: א.  $q = \frac{c}{b}$  ב.  $\frac{b^{k-n+1} \cdot (c^n - b^n)}{c - b}$  ג.  $n \cdot b^k$ .

4.

נתונה סדרה הנדסית שבה:  $a_1 = 2 \sin^2 x$ ,  $a_2 = \cos x - \frac{1}{2}$ ,  $a_3 = \frac{1}{1 - \cos 2x}$ .

א. מצא את  $x$ , אם ידוע ש-  $0 < x < \pi$ .

ב. חשב את סכום של ששת האיברים הראשונים בסדרה.

תשובה: א.  $\frac{2\pi}{3}$ . ב.  $\frac{133}{162}$ .

5.

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שבה האיבר הראשון הוא  $a_1 = \sqrt{3}$ . סכום  $n$  האיברים

הראשונים בסדרה קטן פי 1.5 מסכום של כל האיברים. חשב את מכפלתם של  $n$  האיברים הראשונים בסדרה.

תשובה:  $\sqrt{3}$ .