

אלגברה לינארית תרגיל 9 תשע"ט

להגשה בשבוע שמתחיל ב 16/12

שאלה 1:

- א. האם $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$ בסיס ל \mathbb{R}^3 ? במידה ולא, השלימו לבסיס ל \mathbb{R}^3 .
- ב. האם $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ בסיס ל \mathbb{R}^3 ? במידה ולא, השלימו לבסיס ל \mathbb{R}^3 .
- ג. האם $\{x + 1, x^2 + 2x + 1, x^3 - x + 1\}$ בסיס ל $\mathbb{R}_3[x]$? (ראינו בשב 8 האם הקבוצה ת"ל או בת"ל). במידה ולא, השלימו לבסיס ל $\mathbb{R}_3[x]$.
- ד. האם $\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \right\}$ בסיס ל $\mathbb{R}^{2 \times 2}$? (ראינו בשב 8 האם הקבוצה ת"ל או בת"ל). במידה ולא, השלימו לבסיס ל $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.

שאלה 2:

לכל אחד מהמרחבים הוקטורים הבאים (נתון) מצאו בסיס ומימד: (\mathfrak{R} מסמן את שדה הממשיים)

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \mid z = 2y, y = x \right\}$$

ב.

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^3 \mid y = x - z \right\}$$

ג.

$$\{A \in \mathfrak{R}_{2 \times 2} \mid A^t = A\}$$

שאלה 3:

יהי V מ"ו ממימד סופי ויהי $U \subset V$ ת"מ. הוכיחו שקיים ת"מ W של V המקיים $U \oplus W = V$.
 (הדרכה: קחו בסיס של U : $\{u_1 \dots u_k\}$ והשלימו אותו לבסיס של V).

שאלה 4:

לפניכם שני תתי מרחבים של המרחב $V = \mathbb{R}^3$

$$U = \text{Span}\{(1,0,2), (1,1,1), (-1, -6,4)\}$$

$$W = \{(x, y, z) | x + y - z = 0\}$$

א. האם הוקטורים הפורסים את U מהווים בסיס ל \mathbb{R}^3 ? נמקו.

ב. מצאו בסיס מימד ומשוואות ל- U .

ד. האם $U \cap W$ מהווה תת מרחב של \mathbb{R}^3 ? אם כן, מצאו בסיס ומימד ל- $U \cap W$.

ה. האם $U + W$ מהווה תת מרחב של \mathbb{R}^3 ? אם כן, מצאו בסיס ומימד ל- $U + W$.

ו. הראו כי מתקיים משפט המימדים עבור U ו W הנתונים.

שאלה 5:

לפניכם תת מרחב של המרחב $\mathbb{R}_3[X]$

$$U = \text{span}\{1 + x - x^2 + 2x^3, 4 + x - x^2 + x^3, 2 - x + x^2 - 3x^3\}$$

מצאו בסיס ומימד ל- U .



בהצלחה!