

אינפי 1 - הדרכה לתרגיל בחירה 1 (הקבוצה של ניר)

20 באוקטובר 2015

הדרכה לפתרון

קל להראות את אי שיווין הממוצעים עבור $n = 2$ (אפילו באופן גיאומטרי) וכן בעזרת אי שיוויון ברנולי הראנו גירסה פרטית בה (מלבד איבר יחיד) כל האיברים שווים. יש דרכים רבות להוכיח את הטענה מעלה. אנו נסתפק בלהציע הוכחה לאי שיוויון הממוצעים במקרה הכללי בשתי הדרכים הבאות:

1. התבוננו בטענה שהוכחנו בכיתה עבור הקשר בין מכפלת מספרים ממשיים לסכומם וכן בטענת ההמשך בדבר השיוויון. בחרו באופן מושכל קבוצה של מספרים

$$\{y_1, \dots, y_n\}$$

לקבל כ"א מצידי אי השיוויון. שימו לב שמהטענה בכיתה השיוויון יתקיים אמ"מ

$$x_i = x_j, \quad \forall 1 \leq i, j \leq n.$$

2. (אינדוקציה קושי). נתבונן תחילה באי"ש הימני. הוכיחו את נכונות הטענה באינדוקציה.

- הוכיחו תחילה עבור $n = 2^k$.
- הראו שניתן להרחיב את ההוכחה ליתר המספרים הטבעיים (התחילו בבדיקת הנכונות עבור $n = 3$).

ניתן לבצע בדומה באי"ש השמאלי ע"י בחירה של קבוצת מספרים אחרת הקשורה ל- x_i (בעצם זו אותה הסידרה שבחרנו להוכחת צד זה בדרך הראשונה).