

תרגיל 8 אינפי 3 תשע"ז

16 בינואר 2017

פתרו 7 מהשאלות הבאות.

1. מצאו נקודות קיצון מקומיות עבור הפונקציה:

$$f(x, y) = 3xe^y - x^3 - e^{3y}$$

האם אלו נקודות קיצון גלובאליות?

2. מצאו נקודות קריטיות עבור הפונקציות הבאות וסווגו אותן:

$$f(x, y) = (x - 1)^2 - 2y^2 \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = xy\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad (\text{ב}) \text{ כאשר } a, b > 0$$

3. נתבונן בפונקציה:

$$f(x, y) = (y - 3x^2)(y - x^2)$$

(א) הוכיחו שהנקודה $(0, 0)$ היא נקודה קריטית.

(ב) הוכיחו כי ל- f יש מינימום מקומי לאורך כל קו ישר העובר דרך הראשית.

כלומר, אם נגדיר $g(t) = (at, bt)$ עבור $a, b \in \mathbb{R}$, לפונקציה $f \circ g$ יש מינימום

מקומי בנקודה $(0, 0)$.

(ג) הוכיחו שהנקודה $(0, 0)$ אינה נקודת מינימום של f .

4. מצאו את נקודות הקיצון הגלובאליות של הפונקציה $f(x, y) = x + y$ בתחום:

$$D = \{(x, y) \mid xy \geq 4, x + 2y \leq 9, x \geq 0, y \geq 0\}$$

5. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x, y, z) = -x + 2y + 2z$ תחת האילוצים:

$$g_1(x, y, z) = y + 2z - 1 = 0, g_2(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2 = 0$$

6. נסעתי לאמריקה למצוא אפשרויות

אמרו לי אנשים ששם קל יותר לחיות

ארזתי מזוודה, תליתי בה תקוות

עליתי על מטוס, פשוט קצת לנסות

(המלך זצ"ל)

בהנחה שהמזוודה בצורת תיבה ושטח הפנים שלה מינימלי - מהם אורכה, רוחבה וגובהה של המזוודה, אם ידוע שנפחה S ?

7. בנמל קטן בחוף של פורטוגל, יש מגדלור גלילי, המתואר על ידי המשוואה $x^2 + y^2 = 1$.

היכן שהגליל חותך את המישור $z = x + y$, במגדלור, היא שם חיכתה לי. מצאו את הנקודה (או הנקודות) הקרובה ביותר ואת הנקודה הרחוקה ביותר מהיכן שהיא חיכתה לי אל הראשית $(0, 0, 0)$.

8. עכשיו עליי למכור ספינה כדי לממן בניית חומות זהב מסביב למגדלור. מחיר הספינה

נקבע על ידי הפונקציה $P(x, y, z) = y(x + z)$ כאשר $x, y, z \in \mathbb{R}$. מצאו מהו טווח המחירים לספינה תחת האילוצים:

$$x^2 + y^2 = 1, y^2 + z^2 = 4$$

9. היפר-מישור ב- \mathbb{R}^n הוא אוסף הנקודות המקיים משוואה מהצורה:

$$C_1x_1 + \dots + C_nx_n + D = 0$$

כאשר $D \in \mathbb{R}^n$ והמטריצה $(C_1 \dots C_n)$ היא מדרגה 1.
תהי $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ נקודה. מצאו את מרחקה מההיפר־מישור.
המרחק של נקודה a מקבוצה A נתון על ידי:

$$\inf \{ \|x - a\| \mid x \in A \}$$