

תרגיל 8

שאלה 1

לגבי כל אחד מהאינטגרלים הבאים קבעו אם הוא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי או מתבדר, ונמקו את קביעתכם.

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{x^{1/x}}$$

$$2. \int_0^\infty e^{-x} \ln x dx$$

$$3. \int_2^\infty \frac{\sin x}{\sqrt{x-1}} dx$$

שאלה 2

תהי $g(x)$ פונקציה רציפה בקטע $(0, 1]$ שעבורה מתקיים:

$$\bullet x^2 g(x) \text{ עולה בקטע } (0, 1].$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 g(x) = 0$$

$$\bullet g'(x) \text{ רציפה ב-} (0, 1].$$

הוכיחו כי $\int_0^1 g(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ מתכנס.

בהנאה!