

## תורת הקבוצות - בוחן תשעט

עליכם לענות על כל השאלות.  
בהצלחה!

.1

(א) (20 נקודות) תהי  $A$  קבוצה של סודרים. הוכיחו ש  $\beta = \sup\{\alpha + 1 \mid \alpha \in A\}$  הינו הסודר הראשון שגדול ממש מכל איברי  $A$ .

(ב) (20 נקודות) הוכיחו ש  $A$  קופינלית ב  $\beta$ .

.2 (20 נקודות) יהי  $\alpha$  סודר. הוכיחו:  $\alpha$  טבעי אם"ם  $s(\alpha)$  טבעי.

.3

(א) (20 נקודות) הוכיחו שלכל  $\alpha \neq 0$ ,  $2 \cdot (\omega^\alpha) = \omega^\alpha$ .

(ב) (20 נקודות) הסיקו שלכל סודר גבולי  $\beta$  מתקיים:  $2 \cdot \beta = \beta$ . (רמז: הצגה בבסיס  $\omega$ )

.4 (10 נקודות) בונוס: יהי  $\alpha$  סודר גבולי. הוכיחו שביחס לטופולוגיית הסדר,  $\alpha$  אינו מרחב קומפקטי.