

חשבון אינפיניטסימלי 3 (88-230)

מועד ב', תשע"ה

מרצים: פרופ' שמואל קנטורוביץ', פרופ' ראובן כהן, ד"ר מנחם שלוסברג

משך המבחן: 2.5 שעות

ניקוד: 20 נקודות לכל שאלה

אין להשתמש בחומר עזר או במחשבון

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 1,2

1. תהי $f(x, y)$ פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$. נגדיר

$$h(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & xy > 0 \\ 0 & xy \leq 0 \end{cases} . \text{ הוכח כי אם מתקיים}$$

$f(0, 0) = f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ אז $h(x, y)$ דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$.

$$2. \text{ תהי } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{א) מצא } \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0), \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$$

ב) האם f דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$?

3. (בחר (א) או (ב))

א) נתון ש $f(x, y)$ רציפה החלף את סדר האינטגרציה $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} dy \int_0^y f(x, y) dx$

ב) חשב $\iiint_V z |y| dx dy dz$ כאשר $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 2x, 0 \leq z \leq 1\}$

$$4. \text{ נתונה מערכת המשוואות } \begin{cases} 2(x^2 + y^2) - z^2 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

(א) הוכח שהמערכת מגדירה פונקציה יחידה $\phi: z \mapsto (x(z), y(z))$ מסביבה

U של $z = 2$ לסביבה V של $(1, -1)$, ו- ϕ ממחלקה C^1 ב- U .

(ב) חשב את $\phi'(2)$.

5. מצא קיצון גלובאלי של הפונקציה $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ תחת האילוץ

$$.x^4 + y^4 + z^4 = 1$$

6. מצא את הנקודות הקריטיות של הפונקציה וסווג אותן:

$$.f(x, y) = (x + y)e^{-(x^2 + y^2)}$$

בהצלחה!