

## תרגיל 9

1.

(א) יהיו  $\{(X_i, d_i)\}_{i=1}^n$  מרחבים מטריים. הראו שמרחב המכפלה  $X = \prod_{i=1}^n X_i$  הוא מטריזבילי (עם טופולוגיית המכפלה). רמז: הסתכלו על המטריקה  $d_{\max}(x, y) = \max_i \{d_i(x_i, y_i)\}$ . והיעזרו בעובדה שאם כל ההטלות  $P_i$  רציפות ביחס לטופולוגיה  $\tau$  אזי היא מכילה את טופולוגיית המכפלה.

(ב) יהי  $(X, d)$  מרחב מטרי. הוכיחו שהפונקציה:  $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  רציפה (לפי טופולוגיית המכפלה).

2. יהיו  $\{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}$  מ"ט דיסקרטים עם 2 איברים לפחות. הוכיחו כי  $X = \prod X_i$  אינו דיסקרטי.

3. הוכיחו/הפריכו: יהיו  $X, Y$  מ"ט ספרביליים. אזי  $X \times Y$  ספרבילי.

4. יהיו  $X, Y$  מ"ט ספרביליים ו  $A \subseteq X, B \subseteq Y$ . הוכיחו כי  $int(A \times B) = int(A) \times int(B)$

5. יהיו  $\{X_i\}$  מספר לא סופי של מ"ט. הוכיחו כי אם  $\emptyset \neq U_i \neq X_i$  פתוחות ב  $X_i$  אזי  $\prod U_i$  אינה פתוחה ב  $X = \prod X_i$ .

6. יהיו  $\{X_i\}$  מ"ט (מספר סופי או אינסופי). ויהיו  $S_i$  סגורה ב  $X_i$ . הוכיחו כי  $\prod S_i$  סגורה ב  $\prod X_i$ .