

תרגיל 13

1. מצא צורה אלכסונית קנונית למטריצה הבאה:
$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1+3i & 1+3i & 0 \\ 5+3i & 3+3i & 2 \end{pmatrix}$$

2. יהי $R = \mathbb{Q}[x]$ ונתונה המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} x+1 & 2 & -6 \\ 1 & x & -3 \\ 1 & 1 & x-4 \end{pmatrix}$$

יהי $M = R^3/AR^3$. הוכיחו כי $\langle 1-x^2 \rangle \subseteq \text{Ann}(M)$.

3. חשבו את הסדר של החבורה החיבורית

$$G = \left\langle a, b \mid \begin{array}{l} 88a + 20b = 0 \\ -212a - 56b = 0 \end{array} \right\rangle$$

4. יהי F שדה. נתבונן במודול $M = F[x]^2/AF[x]^2$ מעל $F[x]$ כאשר $A = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$. מהו המימד של M כמרחב וקטורי מעל F ?

5. מצאו את הגורמים הראשיים מעל החוג \mathbb{Z} של המודול $M_A = \mathbb{Z}^3/A \cdot \mathbb{Z}^3$ כאשר

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$