

אלגברה לינארית למורים - פתרון תרגיל 5

לכל פעולה אלמנטרית מצאו:

- א. את המטריצה האלמנטריות שמתאימות לה (מטריצות בגודל 3×3)
 ב. את המטריצה ההפוכה של המטריצה האלמנטרית שמתאימה לה.
 ג. תבדקו שאכן זו המטריצה ההפוכה

$$\rho_1 = R_1 + 3R_2 \rightarrow R_1 \quad .1$$

$$\rho_2 = R_2 - \frac{1}{3}R_3 \rightarrow R_2 \quad .2$$

$$\rho_3 = R_1 \leftrightarrow R_3 \quad .3$$

$$\rho_4 = 3R_1 \rightarrow R_1 \quad .4$$

פתרון

.1

$$\rho_1 = R_1 + 3R_2 \rightarrow R_1$$

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_1^{-1} = R_1 - 3R_2 \rightarrow R_1$$

$$E_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_1 \cdot E_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_2 = R_2 - \frac{1}{3}R_3 \rightarrow R_2$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_2^{-1} = R_2 + \frac{1}{3}R_3 \rightarrow R_2$$

$$E_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_2 \cdot E_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .2$$

$$\rho_3 = R_1 \leftrightarrow R_3$$

$$E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rho_3^{-1} = R_1 \leftrightarrow R_3$$

$$E_3^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} .3$$

$$E_3 \cdot E_3^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_4 = 3R_1 \rightarrow R_1$$

$$E_4 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rho_4^{-1} = \frac{1}{3}R_1 \rightarrow R_1$$

$$E_4^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_4 \cdot E_4^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .4$$