

מבחן בקורס מתמטיקה א', מבחן לדוגמא - מספר הקורס 80-130-01-10

משך הבחינה: שלוש שעות

מצורף: דף נוסחאות, ניתן להשתמש במחשבון (ללא גרפים).

יש לפתור את כל השאלות.

1. מצאו את ארבעת הגבולות הבאים: (כל גבול 9 נקודות)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sin(x)} \quad .4 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1) - \sqrt{x-1}}{x - \sqrt{4x-3}} \quad .3 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\sqrt{x^2+1}} \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2} \quad .1$$

2. גזרו את הפונקציה הבאה בעזרת הוצאת LN וסדרו במידת האפשר (9 נקודות):

$$y = \frac{\sqrt[3]{e^x} \sin(\sin(2x))}{(x^2 + 5)^{\sin(x)} \ln(2^x)}$$

$$y = \frac{\ln x}{x} \quad .3 \quad \text{חקרו חקירה מלאה את הפונקציה הבאה}$$

לפי השלבים הבאים: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות (אופקית ואנכית), תחומי עלייה/ירידה ונקודות קיצון, תחומי קמירות/קעירות ונקודות פיתול, ושרטוט הגרף. (30 נקודות)

4. נתונות שלוש הפונקציות הבאות הפונקציה:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{-\sin(x)}{x} & x > 2 \\ -1 & x = 2 \\ \frac{x-2}{|x-2|} & x < 2 \end{cases} \quad g(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \quad f(x) = \frac{x}{1-e^x}$$

א. עבור כל פונקציה כתבו מהן הנקודות עבורן נצטרך לבצע מיון נקודות אי רציפות, הסבר מדוע דווקא בנקודות אלו ישנו חשד לאי רציפות של הפונקציה. (4 נק').

ב. עבור כל פונקציה, מיינו את נקודות האי רציפות (סוגי אי רציפויות – ראשון, שני או סליקה) (21 נקודות).

בהצלחה!!!

רשימת נוסחאות לבחינה

נוסחאות בסיסיות:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad .2 \qquad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad .1$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad .4 \qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad .3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad .6 \qquad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \quad .5$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \text{פתרונות משוואה ריבועית}$$

טרינום: אם נתונה הפרבולה: $ax^2 + bx + c = y$ ואם הפתרונות הנם x_1, x_2 אזי
הטרינום הוא $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

לוגריתמים:

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y \quad , \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \quad , a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a (b)^m = m \cdot \log_a b$$

גבולות ידועים:

$$\lim_{f(x) \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{f(x)} \right)^{f(x)} = e^a \quad , \quad \lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\sin(f(x))}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 1} f(x)^{g(x)} = e^{\left(\lim_{f(x) \rightarrow 1} (f(x)-1) \cdot g(x) \right)}$$

אסימפטוטה משופעת $y = mx + n$ כך ש: $n = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} [f(x) - m \cdot x]$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left[\frac{f(x)}{x} \right]$$

הפונקציה	הנגזרת
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$y = \frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$	$y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \log_a[f(x)]$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \log_a e$
$y = \ln[f(x)]$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
$y = c^{f(x)}$	$y' = c^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \ln c$
$y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$y = [f(x)]^n$	$y' = n[f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$
$y = \sin(f(x))$	$y' = \cos(f(x)) \cdot f'(x)$
$y = \cos(f(x))$	$y' = -\sin(f(x)) \cdot f'(x)$
$y = \tan(f(x))$	$y' = \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))}$
$y = \cot(f(x))$	$y' = \frac{-f'(x)}{\sin^2(f(x))}$