

לינארית 2 - מטלה 3 - העתקות לינאריות

תאריך הגשה: 14.3.2018 – 12 כל אחד בקבוצת תרגול שלו.

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. מספר תרגיל

2. שם מלא

3. ת.ז.

4. מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.

תרגיל 1. עבור הסעיפים הבאים מצא את המטריצה המייצגת, וודא שתשובתך נכונה בעזרת בדיקת השיווין

$$[T(v)]_{B_2} = [T]_{B_2}^{B_1} [v]_{B_1}$$

עבור $v \in V$ המקיים

$$[v]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. תהי $T : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T(a + bx + cx^2) = \begin{pmatrix} a + b \\ b + c \end{pmatrix}$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1 = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$$

-1

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. תהי $T : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ המוגדרת על ידי

$$T\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = a + (b + d)x + (c + a)x^2$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

-1

$$B_2 = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$$

תרגיל 2. תהי $T : V \rightarrow V$ העתקה לינארית הפיכה ו- B_1, B_2 בסיסים ל- V הוכח שמתקיים

$$[T^{-1}]_{B_2}^{B_1} = \left([T]_{B_1}^{B_2}\right)^{-1}$$

. רמז :

$$[T \circ S]_{B_1}^{B_3} = [T]_{B_1}^{B_2} [S]_{B_2}^{B_3}$$

תרגיל 3. היו $S, T : V \rightarrow W$ העתקות לינאריות, ו- $\{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס ל- V . נתון ש- $T(v_i) = S(v_i)$ $\forall i$ הוכח ש- $T = S$.

תרגיל 4. תהי $T : \mathbb{F}^{n \times m} \rightarrow \mathbb{F}^{m \times n}$ מוגדרת על ידי $T(A) = A^T$ הוכיחו ש-

1. T העתקה לינארית.

2. T על וחח"ע.

3. היות ו- T חח"ע ועל היא הפיכה, מצא את T^{-1} .

תרגיל 5. תהי $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ העתקה לינארית המוגדרת על ידי $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ y + z \\ 2x - 2z \end{pmatrix}$ מצא את בסיס לגרעין ולתמונה של T בעזרת מטריצה מייצגת.

תרגיל 6. (שאלת בונוס- מי שחושב שירדו לו נקודות על שאלות קודמות מוזמן להשלים נקודות כאן) נגדיר

$$P(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) = \left\{ T \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Ker}(T) \right\}$$

הוכח ש- $P(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$ הוא תת מרחב של $\text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$

בהצלחה!!