

בוהן בחשבון אינפיניטסימלי – 89-132

- משך הבוחן שעה וחצי.
- יש לענות על כל השאלות.
- מותר להשתמש במחשבון. כל חומר עזר אחר אסור.
- יש לכתוב בכתב קריא ובצורה מסודרת. יש לנמק היטב.
- בהצלחה!

שאלה 1 (33 נק')

א. (8 נק') תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. הגדירו את הנגזרת של הפונקציה f בנקודה $x_0 \in \mathbb{R}$.

ב. (25 נק') גזרו את הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 - 3}$ לפי הגזרה.

שאלה 2 (34 נק')

א. (9 נק') השתמשו במשפט הפונקציה ההפכית כדי למצוא את $\frac{dx}{dy}$ עבור $y = x^7 - 2x + 1$. (הניחו כי הפונקציה הפיכה. בטאו באמצעות x).

ב. (25 נק') מיצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \sin(x^{\cos x})$ בנקודה $x = 2\pi$.

שאלה 3 (33 נק')

א. (8 נק') הגדירו את המושגים הבאים:

- i. מספר אינסופי חיובי
- ii. מספר אינפיניטסימלי שלילי

ב. (12 נק') הוכיחו כי מספר אינסופי חיובי גדול מכל מספר סופי. **בסעיף זה השתמשו בהגדרות בלבד, כלומר: אסור להשתמש בשום טענה שראיתם בהרצאה או בתרגול – יש לנמק הכל היטב ישירות מן ההגדרות.**

ג. (13 נק') יהיו a, b, a', b' מספרים היפרממשיים, כך ש- $a \approx a'$ וכן $b \approx b'$. הוכיחו או הפריכו:

$$st\left(\frac{a}{b}\right) = st\left(\frac{a'}{b'}\right) \text{ (בהנחה שהחלקים הסטנדרטיים מוגדרים).}$$