

# תרגיל 10

להגשה עד 6.1.16

## שאלה 1

נגדיר את  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  באופן הבא:

$$F(x) := \begin{cases} 4 & x \geq 1 \\ x + 1 & 0 \leq x < 1 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$$

חשבו את מידת סטילטיס ביחס ל  $F$  של הקבוצות הבאות:

1.  $I_1 = (4, \infty)$

2.  $I_2 = (\frac{1}{4}, 2)$

3.  $I_3 = [-2, 0]$

## שאלה 2

חשבו את האינטגרלים הבאים, כאשר  $\mu_F$  הינה מידת סטילטיס המתאימה לפונקציה  $F$ .

1.

$$\int_{(-\infty, 0]} f d\mu_F$$

כאשר  $f$  הינה פונקציה רציפה ו:

$$F(x) := \begin{cases} 2 & x = 0 \\ 1 & x \neq 0 \end{cases}$$

2.

$$\int_{[0, 1]} x d\mu_F(x)$$

כאשר  $F$  הינה פונקצית קנטור.

## שאלה 3

יהי  $(X, \mathbb{A}, \mu)$  מרחב מידה חיובית  $\sigma$ -סופית, ותהי  $f$  פונקציה אי שלילית, מדידה- $\mu$ , המקיימת:  $\int_X f d\mu = \infty$ .  
הראו שלכל  $M > 0$  קיימת פונקציה  $g$  מדידה- $\mu$ , כך ש:  $0 \leq g(x) \leq f(x)$  (כב"מ), וכן מתקיים:

1.  $\int_X g d\mu \geq M$

2.  $g$  חסומה (כב"מ).

3.  $\mu(\{g \neq 0\}) < \infty$ .

**בהנאה (:**