

## גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל 5

31 במרץ 2016

1. תהי  $\gamma : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}^2$  עקומה רגולרית סגורה הנתונה בפרמטריזציה טבעית. הוכיחו שאם העקמומיות  $k(s)$  מונוטונית, היא קבועה.

2. תהי  $\gamma : [a, b] \rightarrow S^2$  עקומה רגולרית, כאשר  $S^2$  היא ספירת היחידה (זו עקומה מרחבית שתמונתה מוכלת בספירה). הוכיחו ש:  $\gamma \perp \gamma'$ .

3. חשבו את העקמומיות של העקומות הבאות:

(א) אליפסה:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(ב) פרבולה חצי-קובייתית:  $x^3 - y^2 = 0$

4. חשבו את התבניות היסודיות של המשטחים הבאים:

(א) משטח הנתון בצורה הסתומה  $z = f(x, y)$

(ב)  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, ku)$

(ג)  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, kv)$

(ד)  $r(t, \theta) = (\cosh t \cos \theta, \cosh t \sin \theta, t)$

(ה)  $r(t, \theta) = (2 \sin t \cos \theta, 2 \sin t \sin \theta, 2 \cos t)$

(ו)  $r(\theta, v) = (\cosh v \cos \theta, \cosh v \sin \theta, \sinh v)$