

מתמטיקה בדידה (88195) – בחינת סיום (מועד ב') פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
5 השאלות הן שוות-משקל. יש לענות על כולן, כל שאלה בעמוד נפרד.
ניתן לסמן עמודים כ"טיוטה".
יש להסביר ולנמק בבירור את כל הפתרונות.

בהצלחה!

1. הוכיחו: $\{\wedge, \vee, \neg\}$ היא קבוצת קשרים שלמה.
2. הוכיחו או הפריכו:
א. אם $A \subseteq C$ אז $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$.
ב. אם $A \subseteq C$ אז $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$.
3. תהי \mathbb{N} קבוצת המספרים הטבעיים. נגדיר על $P(\mathbb{N})$ יחס \sim ע"י:
$$A \sim B \Leftrightarrow |A \Delta B| < \aleph_0 \quad (\forall A, B \in P(\mathbb{N}))$$

כאשר Δ מסמן הפרש סימטרי.
א. הוכיחו: \sim הוא יחס שקילות על $P(\mathbb{N})$.
ב. הוכיחו שלכל מחלקות השקילות $[A]_{\sim}$ יש אותה עוצמה. מהי?
ג. מצאו את עוצמת קבוצת המנה $P(\mathbb{N})/\sim$.
4. תהי $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 10, 16\}$, עם יחס הסדר החלקי " $|$ " ("... מחלק את ..."). למשל:
אבל $2 \nmid 3$ ו- $2 \nmid 4$.
א. ציירו דיאגרמת הסה עבור A .
ב. רשמו את כל האיברים המינימליים והאיברים המקסימליים ב- A .
ג. רשמו את כל השרשראות המקסימליות ב- A .
ד. רשמו את כל האיברים $a \in A$ כך שב- $A \setminus \{a\}$ יש איבר קטן ביותר, ואת כל האיברים $b \in A$ כך שב- $A \setminus \{b\}$ יש איבר גדול ביותר.
5. מצאו כמה מספרים עשרוניים, בעלי 28 ספרות לכל היותר, הם בעלי סכום ספרות:
א. 8 לכל היותר.
ב. 28 בדיוק.