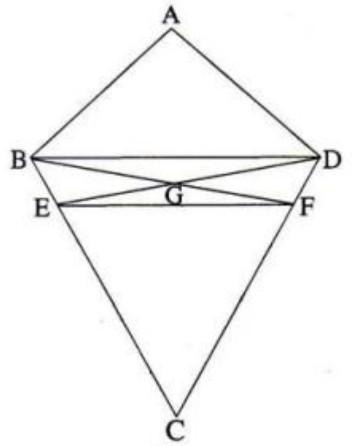
גיאומטריה

.1



ABCD הוא דלתון שבו $AB = AD$ ו־ $BC = DC$.
E נקודה על הצלע BC, ו־ F נקודה על הצלע DC
כך ש־ DE חוצה את הזווית ADC,
ו־ BF חוצה את הזווית ABC.
BF ו־ DE נפגשים בנקודה G (ראה ציור).

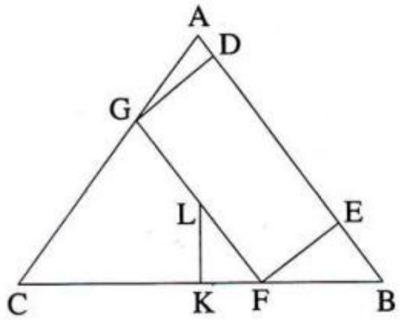
א. הוכח:

(1) $GB = GD$.

(2) $\Delta BGE \cong \Delta DGF$.

ב. הוכח כי המרובע DBEF הוא טרפז שווה־שוקיים.

.2



במשולש שווה־שוקיים ABC $(AC = AB)$
חסום מלבן GFED כך שהקדקודים D ו־ E
מונחים על הצלע AB, והקדקודים F ו־ G
מונחים על הצלעות BC ו־ CA בהתאמה.
נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF,
היא מפגש התיכונים במשולש ABC.
דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC,
החותך את BC בנקודה K (ראה ציור).

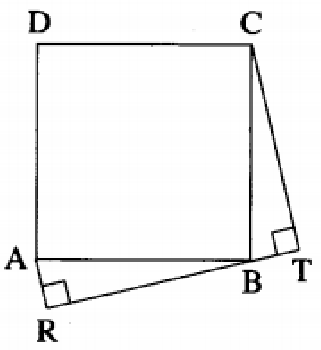
א. הוכח כי $\Delta KAB \sim \Delta KLF \sim \Delta EFB$.

אם $AB = 15$ ס״מ, $BC = 18$ ס״מ, חשב:

ב. את אורך הקטע KF. נמק.

ג. את אורך הקטע FE. נמק.

.3



נתון ריבוע ABCD .

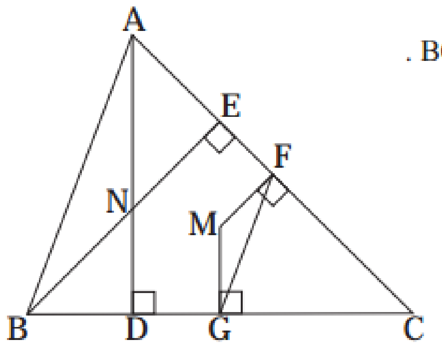
דרך הקדקוד B העבירו ישר TR .

AR ו־ CT מאונכים לישר זה (ראה ציור).

א. הוכח כי $AR + CT = TR$.

ב. הבע את שטח המרובע ACTR באמצעות TR .

.4



נתון משולש ABC חד־זוויות.

BE הוא גובה לצלע AC , ו־ AD הוא גובה לצלע BC .

הגבהים נפגשים בנקודה N .

FM הוא אנך אמצעי לצלע AC ,

ו־ GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכח :

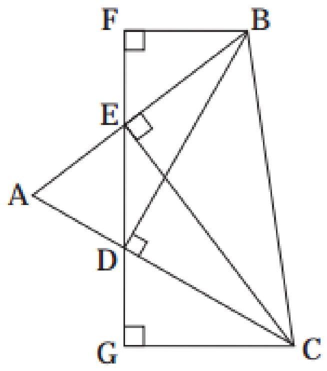
(1) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle GFC$.

(2) $\sphericalangle ABN = \sphericalangle MFG$.

(3) $\Delta ANB \sim \Delta GMF$.

ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

.5



נתון משולש חד־זוויות ABC.

CE הוא גובה לצלע BA , ו־ BD הוא גובה לצלע AC.

א. הוכח:

(1) המשולש DBC חסום במעגל החוסם את המשולש EBC .

(2) $\sphericalangle DBC = \sphericalangle DEC$.

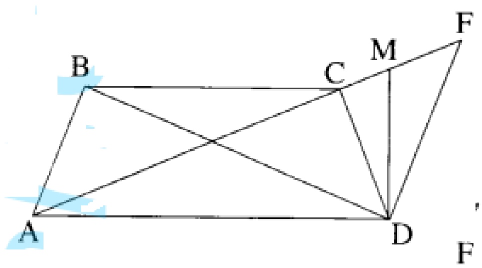
BF ו־ CG מאונכים להמשכי הקטע ED , כמתואר בציור.

הוכח:

ב. $\Delta DCB \sim \Delta FEB$.

ג. $\Delta DGC \sim \Delta BEC$.

.6



נתון טרפז שווה־שוקיים ABCD ‏(BC ∥ AD).

דרך הקדקוד D העבירו אנך ל־ AD

וישר המקביל לשוק AB .

האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M ,

והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F

(ראה ציור).

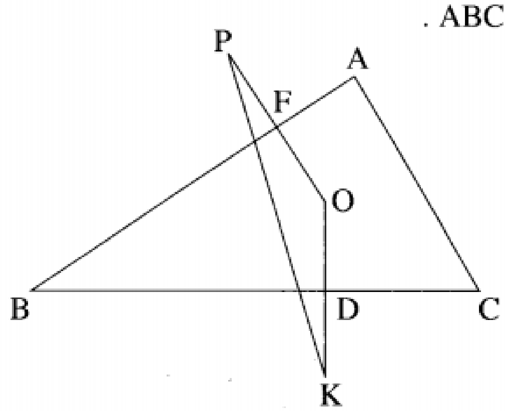
נסמן: $\sphericalangle BAC = \alpha$, $\sphericalangle CAD = \beta$.

א. הוכח כי $\Delta ABC \sim \Delta FDA$.

ב. הוכח כי $\sphericalangle CDM = \sphericalangle MDF$.

ג. הוכח כי $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$.

7.



הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC .

המעגל משיק לצלע BC בנקודה D

ולצלע AB בנקודה F .

המשיכו את OD עד K ואת OF עד P

כך ש- $OD = DK$ ו- $OF = FP$.

א. הוכח כי $FD \perp BO$.

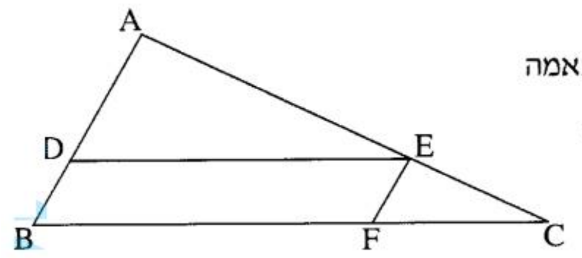
ב. הוכח כי $BO \perp PK$.

ג. נסמן: רדיוס המעגל החסום הוא r ,

$\sphericalangle ABC = 2\beta$, $\sphericalangle BAC = 2\alpha$.

הבע באמצעות α , β ו- r את שטח המשולש BOC .

8.



נתון משולש ABC . הנקודות D, E ו- F

נמצאות על הצלעות AB , AC ו- BC בהתאמה

כך ש- $DE \parallel BC$ ו- $FE \parallel BA$ (ראה ציור).

א. נתון: שטח המשולש ADE הוא S_1 ,

שטח המשולש EFC הוא S_2 .

הבע באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.

ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$.