

תיכונית 1 תשע"ט

תרגיל בית מספר 5

סדרה הנדסית

1

את איברי הסדרה ההנדסית $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ חילקו לקבוצות באופן הבא:
 $(1), (2, 4, 8), (16, 32, 64, 128, 256), \dots$ דהיינו, בקבוצה הראשונה איבר אחד ובכל קבוצה בשני איברים יותר מאשר בקדמותה.
א. הבע באמצעות n את האיבר הראשון בקבוצה ה- n -ית.
ב. הבע באמצעות n את סכום האיברים בקבוצה ה- n -ית.
תשובה: א. 2^{n^2-2n+1} ב. $2^{n^2} - 2^{(n-1)^2}$.

2.

מצא את ארבעת המספרים כאלו ששלושת המספרים הראשונים יוצרים סדרה הנדסית, שלושת המספרים האחרונים יוצרים סדרה חשבונית. סכום של זוג המספרים הפנימיים שווה ל-48, סכום של זוג המספרים החיצוניים שווה ל-64.
תשובה: $0, 16, 32, 64$ או $4, 12, 36, 60$.

3.

נתונה סדרה $b^k, b^{k-1} \cdot c, b^{k-2} \cdot c^2, b^{k-3} \cdot c^3, b^{k-4} \cdot c^4, \dots$
 k מספר טבעי, $c \neq 0, b \neq 0$ מספרים ממשיים.
א. הוכח כי הסדרה היא סדרה הנדסית ומצא את מנת הסדרה.
ב. מצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה ($n \leq k+1$) כאשר $b \neq c$.
ג. מצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה כאשר $b = c$.
תשובה: א. $q = \frac{c}{b}$ ב. $\frac{b^{k-n+1} \cdot (c^n - b^n)}{c - b}$ ג. $n \cdot b^k$.

4.

נתונה סדרה הנדסית שבה: $a_1 = 2 \sin^2 x$, $a_2 = \cos x - \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{1 - \cos 2x}$.

א. מצא את x , אם ידוע ש- $0 < x < \pi$.

ב. חשב את סכומם של ששת האיברים הראשונים בסדרה.

תשובה: א. $\frac{2\pi}{3}$. ב. $\frac{133}{162}$.

5.

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שבה האיבר הראשון הוא $a_1 = \sqrt{3}$. סכום n האיברים

הראשונים בסדרה קטן פי 1.5 מסכום של כל האיברים. חשב את מכפלתם של n האיברים הראשונים בסדרה.

תשובה: $\sqrt{3}$.

6.

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה,

ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא -3.

מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$

א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.

מצא את n .