

1. עבור משטח $S \subset R^3$ הנתון ע"י פרמטריזציה $X(u^1, u^2)$
- תארו 4 דרכים שונות לחישוב עקמומיות גאוס של משטח.
 - אילו מהדרכים ניתן ליישם אם המידע היחיד הנתון על המשטח הוא שהמטריקה מוגדרת בקואורדינטות (u^1, u^2) על ידי מקדמי המטריקה $g_{ij}(u^1, u^2) = \frac{c}{(u^2)^2} \delta_{ij}$ עבור $c > 0$?
 - חשבו את עקמומיות גאוס עבור המטריקה הנתונה בסעיף ב'.

2. משטח הנתון ע"י פרמטריזציה $X(u, v) = \left(u - \frac{u^3}{3} + uv^2, v - \frac{v^3}{3} + vu^2, u^2 - v^2 \right)$ עבור $u, v \in R$

- הראו שהקואורדינטות איזותרמיות
- הראו שהמשטח מינימלי
- חשבו את עקמומיות גאוס של המשטח.

3. תהי $f: R^2 \rightarrow R$ פונקציה הרמונית.
- הוכיחו שהעקמומיות הממוצעת של הגרף של הפונקציה בנקודות הקריטיות שלה שווה ל-0.
 - האם החישוב בסעיף א' מוכיח שהגרף הוא משטח מינימלי?
 - נניח שהנגזרות השניות של הפונקציה לא מתאפסות כולן בנקודת הקריטיות, הסבירו מדוע אין לפונקציה נקודות מינימום או מקסימום.
4. נתונה עקומה γ בפרמטר טבעי s , תארו כיצד משפיעות העתקות הבאות על העקמומיות **המסומנת** של γ (כלומר מצאו את העקמומיות **המסומנת** של העקומה המתקבלת לאחר ביצוע הפעולה). היזכרו בתרגיל דומה שפתרתם בדף תרגילים 4.

א. החלפת האוריינטציה במישור: $T(x_1, x_2) = (x_1, -x_2)$, העקומה המתקבלת היא

$$\beta(s) = T \circ \gamma(s)$$

ב. היפוך כיוון התנועה של העקומה: $\beta(s) = \gamma(-s)$.

ג. הזזת הפרמטר הטבעי: $\beta(s) = \gamma(s + s_0)$.

5. תהי γ עקומה רגולרית סגורה. הוכיחו כי אם העקמומיות של γ היא פונקציה מונוטונית אז γ מוכלת במעגל.
6. מצאו את העקמומיות הכוללת של העקומות המישוריות הבאות. שימו לב לכיוון התנועה של הפרמטריזציה על העקומות (מסומן בחץ).

ב.

א.

