

מצא את המצב ההדדי של המישורים הבאים וקבע אם הם: (א) נחתכים. (ב) מקבילים. (ג) מתלכדים.

$$\begin{array}{l} (1) \quad 3x - 2y + z - 4 = 0 \\ \quad \quad 9x - 6y + 3z + 8 = 0 \\ (2) \quad x + y + 2z = 0 \\ \quad \quad 3x + 2y - z + 5 = 0 \\ (3) \quad 4x - y + 3z - 2 = 0 \\ \quad \quad -8x + 2y - 6z + 4 = 0 \\ (4) \quad x + y - z + 4 = 0 \\ \quad \quad x + y + z + 4 = 0 \\ (5) \quad 15x - 10y + 30z + 1 = 0 \\ \quad \quad 12x - 8y + 24z + 1 = 0 \\ (6) \quad 2x - 4y + 6z + 8 = 0 \\ \quad \quad -3x + 6y - 9z - 12 = 0 \end{array}$$

(7) מצא את משוואת המישור העובר דרך הנקודה $(2, -3, 1)$ והמקביל למישור $2x - 3y - 7z + 2 = 0$. (הראה תחילה שהנקודה לא נמצאת על המישור).

(8) הראה שהמישור העובר דרך הנקודות $(2, -1, 0)$, $(3, -3, 1)$ ו- $(5, 0, 2)$ מקביל למישור $5x - y - 7z = 0$. (הדרכה: ניתן למצוא בקלות את משוואת המישור המקביל ע"י הצבת שיעורי הנקודות במישור הנתון).

(9) נתונים הווקטורים $\underline{u} = (-1, 0, -1)$, $\underline{v} = (2, 1, -2)$ ו- $\underline{w} = (-2, 1, 0)$ שמוצאם בראשית הצירים.

הראה שהמישור הנקבע ע"י סופי הווקטורים הנ"ל מקביל למישור $x - y + 2z = 0$.

(10) במקבילון $ABCD A'B'C'D'$ נתון: $A(0, -2, -1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(4, 0, -1)$, $D'(2, -3, -4)$.

א. מצא את משוואת מישור הבסיס $A'B'C'D'$.

ב. חשב את אורך המקצוע AA' .

(11) הראה שהמישור העובר דרך הישר $\underline{x} = (3, -1, 0) + t(-2, 2, 1)$ והנקודה $(1, 3, 4)$ מקביל למישור $2x + 3y - 2z - 5 = 0$.

(12) נתון הישר $\ell: \underline{x} = (5, 1, 0) + t(-3, 6, -5)$ והמישור $\pi: x - 2y - 3z + 2 = 0$.

א. הוכח שהישר ℓ מקביל למישור π .

ב. מצא את משוואת המישור העובר דרך הישר ℓ והמקביל למישור π .

בתרגילים הבאים נתונות משוואות של שני מישורים. (ראה גם הערה ד' בעמ' 521).

(א) הראה שהמישורים נחתכים. (ב) מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך.

$$3x - 2y + 8z + 5 = 0 \quad (15)$$

$$2x + 5y - z - 3 = 0$$

$$5x + 2z + 3 = 0 \quad (18)$$

$$z + 4 = 0$$

$$-3x + 2y - z - 1 = 0 \quad (14)$$

$$2x + y - z = 0$$

$$5x - 3y - 6 = 0 \quad (17)$$

$$4x - 3z + 9 = 0$$

$$x - y + z - 2 = 0 \quad (13)$$

$$x + y - 2z - 4 = 0$$

$$4x - 5y + 2z + 1 = 0 \quad (16)$$

$$2x - y + 4z + 5 = 0$$

תרגילים (המצב ההדדי של שני מישורים)

המצב ההדדי של שני מישורים עפ"י משוואותיהם

הכללים לקביעת מצבם ההדדי של שני מישורים:

יהיו $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ ו- $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ שני מישורים.

(א) אם לא קיים t עבורו $(a_2, b_2, c_2) = t(a_1, b_1, c_1)$ אז המישורים נחתכים לאורכו של ישר ולהיפך.

(ב) אם קיים t עבורו $(a_2, b_2, c_2) = t(a_1, b_1, c_1)$ ו- $d_2 \neq td_1$ אז המישורים מקבילים ולהיפך.

(ג) אם קיים t עבורו $(a_2, b_2, c_2) = t(a_1, b_1, c_1)$ ו- $d_2 = td_1$ אז המישורים מתלכדים ולהיפך.

המצב ההדדי של ישר ומישור כאשר נתונה משוואת המישור

(20) נתון המישור $x-2y+3z-2=0$. מצא את המצב ההדדי של המישור עם כל אחד מהישרים הבאים וקבע אם הישר:

- (א) חותך את המישור. (ב) מקביל למישור. (ג) מוכל במישור.
(במקרה א' מצא גם את נקודת החיתוך).

ב. $\underline{x} = (4, 2, 0) + t(1, 0, -1)$

א. $\underline{x} = (2, 3, 2) + t(1, 2, 1)$

ד. $\underline{x} = (1, 1, 2) + t(2, 1, 0)$

ג. $\underline{x} = (1, 0, 1) + t(3, 3, 1)$

מצא את המצב ההדדי של הישר והמישור וקבע אם הישר:
(א) חותך את המישור (מצא גם את נקודת החיתוך). (ב) מקביל למישור. (ג) מוכל במישור.

ראה גם תרגילים 41-38 בעמ' 527.

(22) $\underline{x} = (1, 0, 2) + t(1, 1, 1)$

$3x-4y+z-2=0$

(21) $\underline{x} = (-3, 0, 4) + t(2, -1, -3)$

$2x-5y+3z-6=0$

(24) $\underline{x} = (3, -1, 4) + t(1, -2, 5)$

$x+2y-1=0$

(23) $\underline{x} = (2, 1, -2) + t(-1, 1, 0)$

$x-7y+5z+3=0$

(26) $\underline{x} = (0, 1, 4) + t(0, -3, 5)$

המישור $[yz]$

(25) $\underline{x} = (-3, 2, 5) + t(1, -4, 0)$

$z+2=0$

(27) א. הראה שהישר העובר דרך הנקודות $A(1, 0, 2)$ ו- $B(0, 2, 4)$ מקביל למישור

$2x-3y+4z-5=0$

ב. נתון שהנקודה $C(x, -1, 0)$ נמצאת על המישור הנ"ל. D היא נקודה כך שהמרוב

$ABCD$ הוא מקבילית. מצא את שיעורי הנקודה D והוכח שהיא נמצאת על המישור

הנ"ל.

(28) מצא הצגה פרמטרית של הישר העובר דרך נקודת החיתוך של הישר

$\underline{x} = (1, 0, 1) + t(0, 3, -2)$ עם המישור $2x-3y-7z-5=0$ והמקביל

לישר $\underline{x} = (-2, 1, 0) + s(2, -1, 7)$.

(29) הנקודות $A(1, -1, 0)$ ו- $B(2, -3, 2)$ נמצאות על הישר ℓ_1 . הנקודות $C(2, -3, 3)$

ו- $D(0, 5, 1)$ נמצאות על הישר ℓ_2 .

א. הוכח שהישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 מצטלבים.

ב. נתון המישור $4x+y-z-3=0$. הראה שהמישור מכיל את הישר ℓ_1 וחותך את

הישר ℓ_2 . מצא גם את נקודת החיתוך.

- (30) נתונים הישרים $\ell_1: \underline{x} = (1, 0, 0) + t(1, -1, 2)$ ו- $\ell_2: \underline{x} = s(1, 1, 3)$. הראה שהם מצטלבים ומצא את משוואת המישור העובר דרך ℓ_1 והמקביל ל- ℓ_2 בשתי דרכים:
 א. ע"י שתמצא תחילה הצגה פרמטרית של המישור.
 ב. מבלי למצוא הצגה פרמטרית של המישור, ע"י שתצא מהמשוואה $ax+by+cz+d=0$.

- (31) מצא הצגה פרמטרית של הישר העובר דרך הנקודה $(2, 3, 5)$ והמקביל למישורים $3x-y+z-3=0$ ו- $x-2y-z+2=0$. (ראה גם עמ' 519).

תרגילים עם פרמטרים – המצב ההדדי של ישר ומישור

- (32) נתונים הישר $\underline{x} = (1, 2, -3) + t(-1, 4, 6)$ והמישור $kx+2y-z=0$.
 א. מצא את k עבורו הישר מקביל למישור.
 ב. הראה שאין k עבורו הישר מוכל במישור.
 ג. מצא את k עבורו הישר חותך את המישור בנקודה שבה $x=3$.
- (33) מצא לאילו ערכי k ו- m הישר שעובר דרך הנקודות $(2, -1, m)$ ו- $(5, k-1, m-1)$ מוכל במישור $3x-4y+5z+5=0$.
- (34) נתונים המישור שעובר דרך הנקודות $(0, 0, -1)$, $(0, 2, -5)$ ו- $(1, 0, -k-1)$ והישר $\underline{x} = (1, 0, -4) + t(-k, 1, 7)$.
 א. הבע את משוואת המישור באמצעות k .
 ב. מצא לאיזה ערך של k הישר מוכל במישור.
 ג. מצא לאיזה ערך של k הישר חותך את המישור בנקודה אחת שבה $z=10$ ומצא את הנקודה.
- (35) נתונים המישור $\pi: 3x-5y+k^2z+k+3=0$ והנקודות $A(-1, 2, -5)$ ו- $B(5, -1, 4)$. הישר AB חותך את המישור π בנקודה שבה $z=-2$.
 א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך ואת שני הערכים של k .
 ב. ללא קשר לשני ערכי k שמצאת בסעיף א' הוכח שהנקודות A ו- B נמצאות בצדדים שונים של המישור π .

תשובות (המצב ההדדי של ישר ומישור):

- (1) א. ג'. ב. ב'. ג. ג'. ד. א', $(0, 2, -8)$. (2) א. $(2, 3, 3)$. (3) ב. (4) ג.
 (5) א. $(4, -2, -5)$. (6) $\underline{x} = (1, -1, 2) + m(3, 3, 1) + n(1, -2, 3)$
 (7) $\underline{x} = (4, -7, 6) + t(2, 6, -5) + s(-1, 4, 2)$ (8) $\underline{x} = (2, 0, -3) + t(2, 5, 1) + s(2, -1, 3)$
 (9) $\underline{x} = (2, 0, -1) + m(2, -1, 4) + n(2, 1, 4)$ (10) $\underline{x} = (2, 1, 5) + t(4, -8, -3) + s(1, 0, 0)$
 (11) $\underline{x} = (-2, 4, 5) + m(2, -8, 1) + n(1, -3, 0)$ (12) א. $(-6, 0, 2)$. ב. C. ג. 1:1