

## תרגיל בית מספר 5

### מעגל ומשיק למעגל ופרבולה

שאלה 1

מצא את משוואתו של מיתר בפרבולה  $y^2 = 12x$  שאמצעו בנקודה  $(4, 3)$ .

תשובה:

$$2x - y - 5 = 0$$

שאלה 2

שני קודקודים של ריבוע נמצאים על הפרבולה  $y^2 = 2px$  ושני האחרים על הישר  $x - 6p = 0$ .

הבע בעזרת  $p$  את היקף הריבוע. (הבחן בין שני מקרים).

תשובה :

$$16p \text{ או } 48p$$

שאלה 3

הישר  $2x - y + 4 = 0$  חותך מפרבולה  $y^2 = 2px$  מיתר. שיעור ה- $x$  של אמצע המיתר הוא  $2\frac{1}{2}$ . מצא:  
א. את משוואת הפרבולה.  
ב. את קצות המיתר.

תשובה :

$$\text{א. } y^2 = 36x \text{ ב. } (1, 6), (4, 12)$$

שאלה 4

א. מצא על הפרבולה  $y^2 = 2px$  נקודה הנמצאת במרחק שווה מהקודקוד ומהמוקד. (הבע את שיעורי הנקודה בעזרת  $p$ ).

ב. דרך שתי הנקודות שמצאת בסעיף א' העבירו מיתר שחותך את ציר ה- $x$  בנקודה A. דרך מוקד הפרבולה העבירו מיתר שמאונך לציר ה- $x$ . קצות מיתר זה הם בנקודות B ו-C. מצא את הזווית BAC.

תשובה :

א.  $\left(\frac{p}{4}, \frac{p}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{p}{4}, -\frac{p}{\sqrt{2}}\right)$  ב.  $151.93^\circ$ .

שאלה 5

**שאלה 1 מתוך קיץ 2017 מועד ב' (שאלון 807 בגרות במתמטיקה)**

- נתונה הנקודה  $A(20,0)$ .
- B היא נקודה שנמצאת על ציר ה-y ואינה ראשית הצירים.  
 דרך הנקודה B מעבירים ישר  $\ell_1$ , המקביל לציר ה-x.  
 דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר  $\ell_2$ , שמאונך לישר AB.  
 הישרים  $\ell_1$  ו- $\ell_2$  נחתכים בנקודה C.
- א. הוכח שהמקום הגיאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.
- ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.  
 הנקודה F היא מוקד הפרבולה.  
 נתון הישר  $x = k$ .  $k < 0$  הוא פרמטר.  
 דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותר את הישר  $x = k$  בנקודה N.  
 קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.  
 (1) מצא את הערך של K. נמק.  
 (2) נתון: נקודה D נמצאת ברביע הראשון.  
 מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.

פתרון: א.  $y^2 = 20x$  ב.1  $k = -5$  ב.2  $D(15, 10\sqrt{3})$

שאלה 6

**חורף 2018 (שאלון 582 ו- 807 בגרות במתמטיקה)**

- א. פתור את המשוואה  $z^2 + (-5+2i)z + 7+i = 0$
- נסמן ב-w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.  
 $a_n$  היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.
- ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה  $a_n = 1 + b \cdot i$ . b הוא מספר ממשי.  
 (2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה  $a_n$ , חוץ מן הנקודה  $(1,0)$ , נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

פתרון: א.  $z_1 = 1+i, z_2 = 4-3i$  ב.1. הסבר ב.2. הסבר

**קיץ 2017 מועד ב' (שאלון 807 בגרות במתמטיקה)**

במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC. הקדקוד A מתאים למספר המרוכב  $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$  ( $a > 0$  הוא פרמטר ממשי). נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון. א. הבע באמצעות  $a$  את המספרים המרוכבים  $z_2$  ו-  $z_3$  המתאימים לקדקודים B ו- C בהתאמה.

נתון:  $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$ .

ב. מצא את  $a$ .

ג. המספר  $z_1^{6n+5}$  מתאים לנקודה P במישור גאוס. N הוא מספר שלם. הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP.

**פתרון: א.**  $z_2 = 2acis60^\circ = a + \sqrt{3} \cdot ai$  ,  $z_3 = 2acis180^\circ = -2a$     **ב.**  $a = 1$     **ג.** הוכחה