

מתמטיקה בדידה – תרגיל 8

שימו לב: יש לכם שבועיים לתרגיל הזה ☺

שאלה 0

תהי $f: A \rightarrow B$ פונקציה וניח $C_1, C_2 \subseteq A$ ו- $D_1, D_2 \subseteq B$. הוכיחו או הפריכו:

- א. $f^{-1}(D_1 \cup D_2) = f^{-1}(D_1) \cup f^{-1}(D_2)$
- ב. $f^{-1}(D_1 \cap D_2) = f^{-1}(D_1) \cap f^{-1}(D_2)$
- ג. $f(C_1^c) = f(C_1)^c$ (עבור $X \subseteq A$, $X^c = A \setminus X$ ועבור $Y \subseteq B$, $Y^c = B \setminus Y$)
- ד. $f^{-1}(D_1^c) = f^{-1}(D_1)^c$
- ה. $f(C_1 \setminus C_2) = f(C_1) \setminus f(C_2)$
- ו. $f^{-1}(D_1 \setminus D_2) = f^{-1}(D_1) \setminus f^{-1}(D_2)$

שאלה 1

בכל סעיף נתונות שתי קבוצות A, B . עליכם לבנות עבור כל זוג קבוצות כאלה שתי פונקציות: $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow A$ כך ש- $g \circ f = id_A$. (היא פונקציית הזהות על A .)

1. $A = \mathbb{Q}, B = \mathbb{R}$
2. $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}, B = P(\mathbb{Z})$
3. $A = P([0,1]), B$ היא קבוצת הפונקציות מ- \mathbb{R} ל- \mathbb{R} .

שאלה 2

בכל סעיף נתונות שתי קבוצות A, B . עליכם לבנות עבור כל זוג קבוצות כאלה $f: A \rightarrow B$ כך ש- f הפיכה.

1. $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$
2. $A = P(\mathbb{N}), B = P(\{2n \mid n \in \mathbb{N}\})$
3. $A = [1,2] \cup [3,8], B = [0,1]$

שאלה 3

תהיינה A, B, C, D קבוצות ו- $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C, h: C \rightarrow D$. הוכיחו או הפריכו:

1. $h \circ g \circ f$ הפיכה גורר ש- g חח"ע או g על.
2. $h \circ g \circ f$ חח"ע ו- $h \circ g$ חח"ע גורר ש- f חח"ע
3. $h \circ g \circ f$ על ו- $h \circ g$ על גורר ש- f על
4. $h \circ g \circ f$ על ו- f על גורר ש- $h \circ g$ על
5. $g \circ f$ הפיכה ו- $h \circ g$ הפיכה גורר ש- g הפיכה
6. $g \circ f$ הפיכה ו- $h \circ g \circ f$ הפיכה גורר ש- $h \circ g$ הפיכה

שאלה 4

תהיינה A, B קבוצות. נגדיר $f: P(A) \rightarrow P(B)$ ע"י $f(X) = X \cap B$.

1. הוכיחו כי f חח"ע אם ורק אם $A \subseteq B$.
2. הוכיחו כי f על אם ורק אם $B \subseteq A$.