

תריל מספר 4 תיכונית1

אינדוקציה מתמטית

בתרגיל הזה יש 4 שאלות של אינדוקציה (הראשון פתרנו בכיתה). ו 5 שאלות של טריגו, נא לפתור בכיף לפחות שלוש שאלות מכל סוג. בהצלחה

שאלה 1

הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \frac{9}{5^2 \cdot 6^2} + \dots + \frac{2n+3}{(n+1)^2(n+2)^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(n+2)^2}$$

שאלה 2

הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{4}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots + \frac{n+1}{(n+2)(n+3)(n+4)} = \frac{(n+1)(n+2)}{4(n+3)(n+4)} - \frac{1}{24}$$

שאלה 3

הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{4}{3} + \frac{28}{3^2} + \frac{244}{3^3} + \dots + \frac{3^{2n-1} + 1}{3^n} = \frac{3^{2n} - 1}{2 \cdot 3^n}$$

שאלה 4

הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 2^2} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 2^3} + \frac{6}{4 \cdot 5 \cdot 2^4} + \dots + \frac{n+3}{(n+1)(n+2) \cdot 2^{n+1}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{(n+2) \cdot 2^{n+1}}$$

שאלה 5

הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, שלכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1}{4 \cdot 2!} + \frac{1}{5 \cdot 3!} + \frac{1}{6 \cdot 4!} + \dots + \frac{1}{(n+3) \cdot (n+1)!} = \frac{1}{6} - \frac{1}{(n+3)!}$$

טריגונומטריה - 1

1. הוכח זהויות הבאות:

$$1) \dots 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \sin \alpha \cos \alpha$$

$$2) \dots \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} = 2 \sec \alpha \dots (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$4) \dots 2(\sin^6 \beta + \cos^6 \beta) - 3(\sin^4 \beta + \cos^4 \beta) + 1 = 0$$

$$5) \dots \sin^6 \gamma + \cos^6 \gamma + 3 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma = 1$$