

תרגיל 4 מרוכבות תיכוניסטים תשע"ח

8 באפריל 2018

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

$$\int_{|z-1|=1} \frac{(z+1)^7}{z-1} dz \quad (\text{א})$$

$$\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z} dz \quad (\text{ב})$$

$$\int_{|z|=5} \frac{e^{tz}}{z^2+1} dz \quad (\text{ג})$$

$$\int_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z^2-z} dz \quad (\text{ד})$$

2. חשבו את האינטגרל $\int_{|z|=1} \frac{e^{kz}}{z} dz$ כאשר $k \in \mathbb{R}$ לפי ההגדרה ולפי נוסחת קושי והסיקו שמתקיים:

$$\int_0^{2\pi} e^{k \cos \theta} \cos(k \sin \theta) d\theta = 2\pi, \quad \int_0^{2\pi} e^{k \cos \theta} \sin(k \sin \theta) d\theta = 0$$

3. תהי f אנליטית בתחום $\{z \in \mathbb{C} | 0 \leq \text{Im}(z) \leq a, a \in \mathbb{R}\}$ כך שמתקיים: $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 0$. הוכיחו שאם האינטגרל:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$$

מתכנס, אז מתקיים: $\int_{\Gamma} f(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$, כאשר $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} | \text{Im}(z) = a\}$.
רמז: השלימו את Γ למלבן שאחת מצלעותיו נחה על ציר ה- x .