

## תרגיל בית 2 אינפי 3

13 בנובמבר 2016

### שאלה 1

קבע האם כל אחת מהקבוצות הבאות הן פתוחות? סגורות? תמצא את כל נקודות ההצטברות שלהן:

(א)  $A = (0, 1)$  ב- $\mathbb{R}$

(ב) כל המרחב  $\mathbb{R}^3$

(ג)  $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\} \cup \{(0, 1)\}$

### שאלה 2

נסמן ב- $A'$  את אוסף נקודות הצטברות של קבוצה  $A$ . תהי  $A = \{\frac{1}{n}\}_{n \in \mathbb{N}}$ , מה הן

$A', A''$ ?

### שאלה 3

מצאו את כל הנקודות ההצטברות של הקבוצות הבאות:

(א)  $\mathbb{Q}$  בתוך  $\mathbb{R}$

(ב) הקטע  $[0, 1]$  בתוך  $\mathbb{R}$

### תרגיל 4

בטענות שתצטרכות להוכיח בשאלה הזאת שתמשנו בכיתה בהנחה שהן נכונות (בכיתה התייחסנו אליהן כאפיון של נקודת הצטברות)

יהי  $(\mathbb{R}^n, d)$  מרחב אוקלידי ו- $A \in \mathbb{R}^n$

(א) הוכיחו כי  $x \in \mathbb{R}^n$  היא נקודת הצטברות של קבוצה  $A$  אם ורק אם קיימת סדרת

נקודות  $\{x_n\} \subset A$  של איבריה שונים ושונים מ- $x$  המתכנסת ל- $x$ .

הדרכה: במרחב אוקלידי נקודת צטברות היא נקודת גבול ולכן יש סדרת נקודות לא

קבועה אשר מתכנסת ל- $x$  אך לא בכרח שכולן שונות זו מזו, המטרה היא לבנות סדרה של נקודות שכולן שונות זו מזו.

(ב) הוכיחו כי  $x \in \mathbb{R}^n$  היא נקודת הצטברות של  $A$  אם ורק אם לכל  $r > 0$ ,  $B(x, r)$

מכיל אינסוף נקודות שונות של  $A$ .