

מבני נתונים ואלגוריתמים

88-280

סמסטר א' תשע"ח

שיעור חזרה

# תזכורת

$$f(n) = O(g(n)) \Leftrightarrow \exists c > 0, n_0 \geq 0: \forall n \geq n_0: \\ f(n) \leq c \cdot g(n)$$

$$f(n) = \Omega(g(n)) \Leftrightarrow \exists c > 0, n_0 \geq 0: \forall n \geq n_0: \\ f(n) \geq c \cdot g(n)$$

$$f(n) = \Theta(g(n)) \Leftrightarrow \exists c_2 \geq c_1 > 0, n_0 \geq 0: \forall n \geq n_0: \\ c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$

# The master theorem

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n) \text{ לנוסחאות מהצורה}$$

(אם קיים  $\varepsilon > 0$ )

**מקרה א:**

$$f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon}) \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$$

**מקרה ב:**

$$f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$$

**מקרה ג:**

$$f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon}) \Rightarrow T(n) = \Theta(f(n))$$

# תרגיל-זמן ריצה

דוגמאות למשפט האב:

$$T(n) = 3T(n/2) + n^2 \quad \text{א.}$$

$$T(n) = 16T(n/4) + n \quad \text{ב.}$$

פתרון:

$$T(n) = \Theta(n^2) \quad \text{א.}$$

$$T(n) = \Theta(n^2) \quad \text{ב.}$$

# תרגיל - זרימה בגרף

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ו מועד א':

"באוניברסיטה חשובה בעיר סמוכה לתל אביב רוצים להציע מעונות לסטודנטים. כל סטודנט רושם את החדרים בהם הוא מוכן לגור. כיוון שמדובר באוניברסיטה חשובה, האוניברסיטה החליטה לפנק את הסטודנטים וכל חדר מכיל סטודנט בודד. האוניברסיטה רוצה למלא מספר חדרים רב ככל היותר. הציעו פתרון של בעזרת בעיית זרימה."

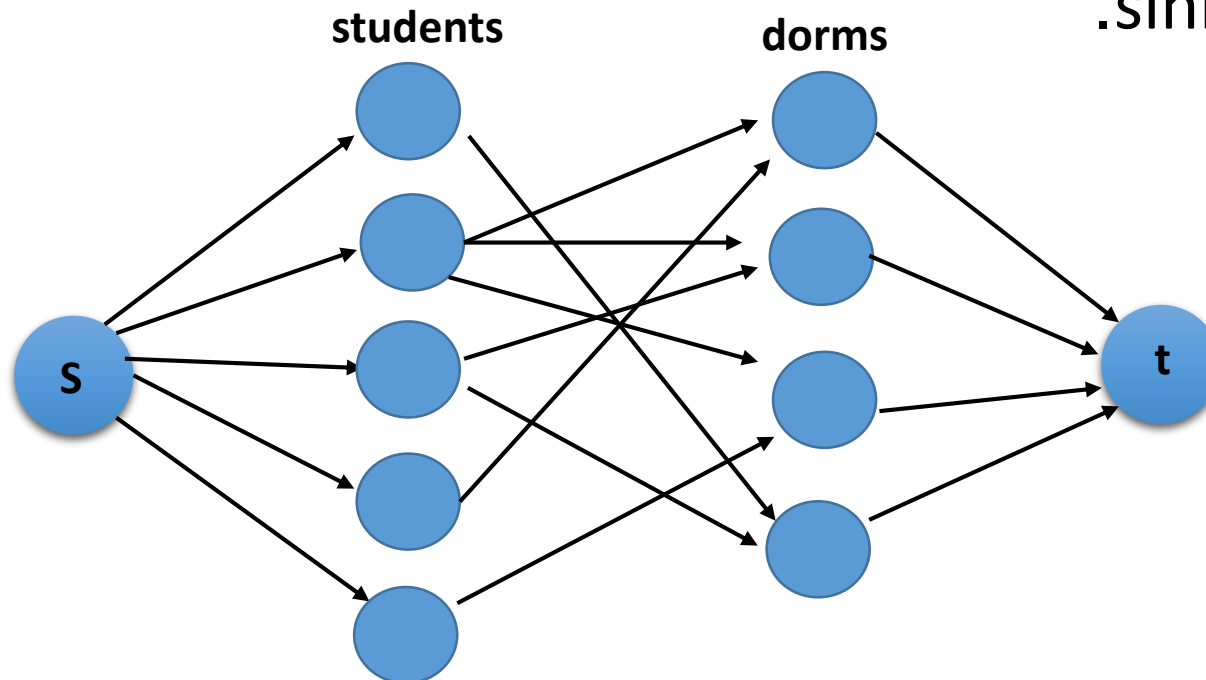
# תרגיל - זרימה בגרף

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ו מועד א':

פתרון:

א. ניצור קשת בין סטודנט לחדר בו הוא מוכן לגור. משקל כל קשת כזו הינו 1.

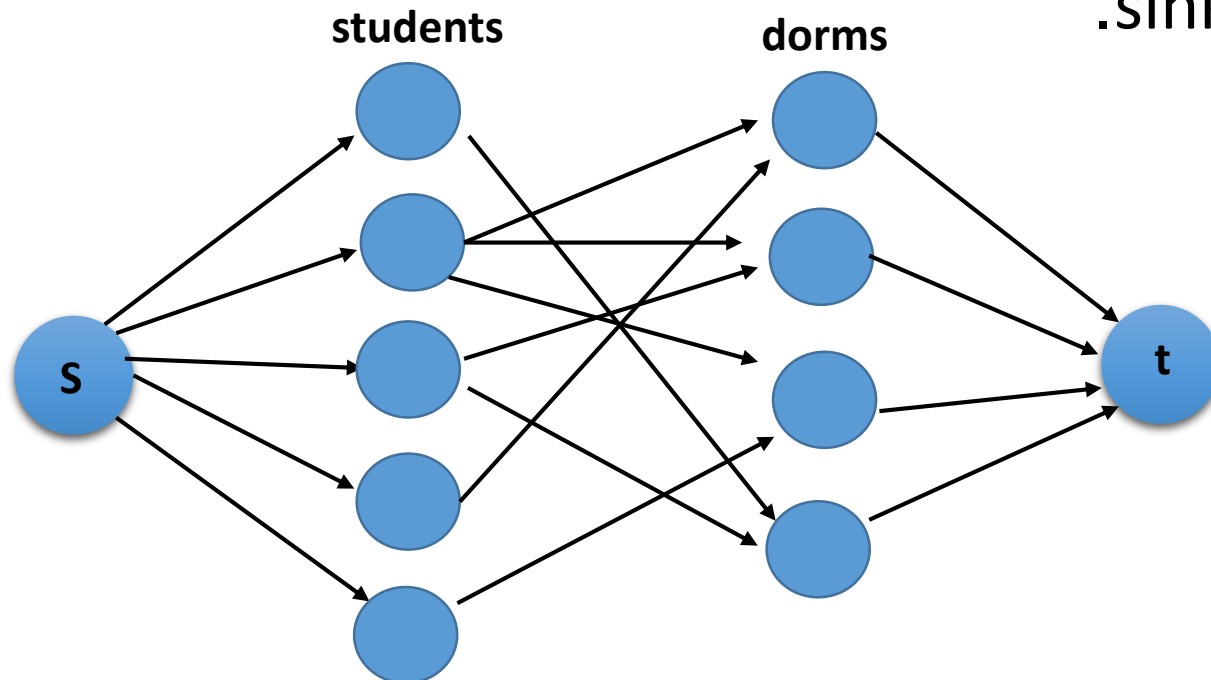
ב. ניצור קודקוד source ו sink.



# תרגיל - זרימה בגרף

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ו מועד א':  
פתרון:

א. ניצור קשת בין סטודנט לחדר בו הוא מוכן לגור. משקל כל קשת כזו הינו 1.  
ב. ניצור קודקוד source ו sink.



ג. נמצא את הזרימה המקסימלית.  
(מה האלגוריתם שלמדתם?)  
ד. לפי הזרימה המקסימלית  
נמצא את הקשתות.

# תרגיל-תכנון דינאמי

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ה מועד א':

"משה קיבל סידרה של מספרים והתבקש למצוא תת סדרה שסכומה מירבי, בה המרוויח בין כל שני מספרים הוא לפחות שתי קפיצות. משה הציע את הפתרון החמדני הבא: בכל שלב הוסף את המספר המירבי בסדרה שעוד לא הוספת במרחק שלוש ממנו. האם האלגוריתם של משה יעבוד?"



# תרגיל-תכנון דינאמי

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ה מועד א':

"משה קיבל סידרה של מספרים והתבקש למצוא תת סדרה שסכומה מירבי, בה המרוויח בין כל שני מספרים הוא לפחות שתי קפיצות. משה הציע את הפתרון החמדני הבא: בכל שלב הוסף את המספר המירבי בסדרה שעוד לא הוספת במרחק שלוש ממנו. האם האלגוריתם של משה יעבוד?"

פתרון: הפרכה: נניח ונסתכל על הסדרה

7 10 7 7 1

לפי משה נבחר את 10 ואת 1.

אך הסדרה המקסמלית שאפשר לבחור זאת הסדרה 7 ו 7 .

# תרגיל-תכנון דינאמי

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ה מועד א':

"משה קיבל סידרה של מספרים והתבקש למצוא תת סדרה שסכומה מירבי,  
בה המרוויח בין כל שני מספרים הוא לפחות שתי קפיצות. **עזור למשה והצע לו  
פתרון אחר (מומלץ פתרון שעובד"**

# תרגיל-תכנון דינאמי

מבוסס על תרגיל במבחן תשע"ה מועד א':

"משה קיבל סידרה של מספרים והתבקש למצוא תת סדרה שסכומה מירבי, בה המרוויח בין כל שני מספרים הוא לפחות שתי קפיצות. **עזור למשה והצע לו פתרון אחר (מומלץ פתרון שעובד)**"

פתרון:

תכנון דינאמי  $S$ . הוא הסדרה.

$$A(0) = 0$$

עבור  $i \in [0, n)$  נחפש

$$A(i) = \max(A(j) + S(i), S(i))_{j < i-2}$$

ניקח את ה  $A(i)$  המקסמלית.

**הערה: חבריכם לכיתה הציעו פתרון גם ב  $O(n)$  😊**

# תרגיל-עצים פורשים מינמלים

מבוסס על תרגיל מבחן תשע"ו מועד א'

נניח ואין קשתות מאותו משקל. הוכח או הפרך:

א. הקשת הזולה ביותר בגרף תמיד חלק מ-MST.

**פתרון:** נכון. נניח ואינה חלק מ-MST. אזי, אם נוסיף אותה ל-MST נסגור מעגל.

ולכן, נוכל להוציא קשת אחרת (שאינה חותכת) וכך להגיע לעץ פורש עם

משקל נמוך יותר. ולכן, הקשת הזולה ביותר תמיד חלק מ-MST.

# תרגיל-עצים פורשים מינמלים

מבוסס על תרגיל מבחן תשע"ו מועד א'

נניח ואין קשתות מאותו משקל. הוכח או הפרך:

א. הקשת הזולה ביותר בגרף תמיד חלק מ-MST.

**פתרון:** נכון. נניח ואינה חלק מ-MST. אזי, אם נוסיף אותה ל-MST נסגור מעגל.

ולכן, נוכל להוציא קשת אחרת (שאינה חותכת) וכך להגיע לעץ פורש עם

משקל נמוך יותר. ולכן, הקשת הזולה ביותר תמיד חלק מ-MST.

# תרגיל-עצים פורשים מינמלים

מבוסס על תרגיל מבחן תשע"ו מועד א'

נניח ואין קשתות מאותו משקל. הוכח או הפרך:

א. הקשת הזולה ביותר בגרף תמיד חלק מ-MST.

**פתרון:** נכון. נניח ואינה חלק מ-MST. אזי, אם נוסיף אותה ל-MST נסגור מעגל.

ולכן, נוכל להוציא קשת אחרת (שאינה חותכת) וכך להגיע לעץ פורש עם

משקל נמוך יותר. ולכן, הקשת הזולה ביותר תמיד חלק מ-MST.

# תרגיל-עצים פורשים מינמלים

מבוסס על תרגיל מבחן תשע"ו מועד א'

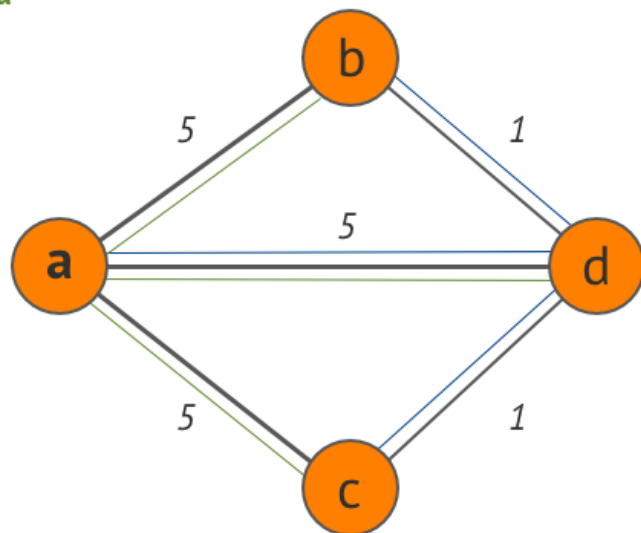
נניח ואין קשתות מאותו משקל. כל הקשתות חיובי. הוכח או הפרך:

א. נסתכל על המפה שאלגוריתם דייקסטרה יוצר. האם זה עץ? האם זה MST?

**פתרון:** דייקסטרה אכן יוצר עץ (מדוע?).

אינו בהכרח יוצר MST

G  
Dijkstra  
Prim



# תרגיל- מיון

מבוסס על מבחן תשע"ו מועד ב'

נתונה רשימת מספרים מגודל 1000 כך שכל מספר ברשימה הוא מספר טבעי בין 1 ל-100.

נניח והרשימה ממוינת. מה אלגוריתם מיון הכי יעיל?

ב. ציינו אלגוריתם בעייתי.



# תרגיל - מיון

מבוסס על מבחן תשע"ו מועד ב'

נתונה רשימת מספרים מגודל 1000 כך שכל מספר ברשימה הוא מספר טבעי בין 1 ל-100.

נניח והרשימה ממוינת. מה אלגוריתם מיון הכי יעיל?

ב. ציינו אלגוריתם בעייתי.

פתרון: Insertion Sort.

ב. Quick Sort.

# תרגיל-מיון

מבוסס על מועד ב' תשע"ח

מיין את

*1,5,4,3,4,2,9,11,8,6,10*

בעזרת *radixsort LSD* .

# תרגיל-מיון

*1,5,4,3,4,2,9,11,8,6,10 LSD:*

	לפי ספרת יחדות	לפי ספרת עשרות
01	10	01
05	01	02
04	11	03
03	02	04
04	03	05
02	04	06
09	04	07
11	05	08
08	06	09
06	08	10
10	09	11

**תחזרו טוב טוב על החומר,  
תדעו את כל ההגדרות ואת כל האלגוריתמים  
בהצלחה!**