

בוחר אלגברה לינארית 2 תיכונסטים תשעז

29/12/2017 כ"ט כסליו

מתרגלים: אחיה בר־און, עדי בן צבי, תמר בר־און.

- ענו על כל השאלות.
- על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא. על מחברת בחינה ממדור בחינות מספיק למלא רק בעמוד הראשון.
- הקפידו על סדר ניקיון.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- מבנה הבחינה:

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

Q1	
Q2	
Q3	
total	

בהצלחה!

1. [33 נק'] נגדיר

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

האם A לכסינה? אם כן, מצא P הפיכה כך ש $P^{-1}AP$ אלכסונית.
אם לא, מצאו P הפיכה כך ש $P^{-1}AP$ משולשית.

2. [20 נק'] תהא $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. נסמן את הפולינום האופייני שלה ב $p_A(\lambda)$. תהא $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ המקיימת שהמטריצה $p_A(B)$ אינה הפיכה.
הוכיחו כי קיים $\lambda \in \mathbb{C}$ שהוא ע"ע גם של A וגם של B

3. [7 נק' לסעיף] תהא $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה לכסינה עם ערכים עצמיים מהקבוצה $\{0, 1\}$ בלבד (ייתכן כי ל A ע"ע יחיד). נסמן $\dim N(A - I) = m$. הוכיחו או הפריכו (m_A הוא הפ"מ של A ו p_A הוא הפ"א של A):

(א) הפ"א של A הוא $p_A(\lambda) = \lambda^{n-m} (\lambda - 1)^m$

(ב) מתקיים $A = A^2$

(ג) קיימת מטריצה B כך ש $B^3 = A$

(ד) $\text{rank}(A) = n - m$

(ה) $m_A(0) = p_A(0)$

(ו) $m_A(1) = p_A(1)$

(ז) $m_A(A) = p_A(A)$