

בוחר בבדידה 2 למהנדסים, 83-118, סמסטר ב,

ה'תש"ף

כ"ד אייר ה'תש"ף, 18/5/2020

מרצה: תומר באואר.

מתרגל: אריאל ויצמן.

• יש לענות על כל השאלות.

• הקפידו על סדר וניקיון.

• נא לנמק ולהוכיח כל תשובה.

• משך הבוחן: שעה וחצי.

• חומר עזר: דף הנוסחאות ומחשבון פשוט בלבד.

• אין צורך לפשט ביטויים כמו $\frac{2549!}{236!} \dots$

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שעליהן אתם יודעים

לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

בהצלחה!

1. בראש העמוד הראשון של הפתרון אותו תשלח אלינו נא הצהר/י: "אני מתחייב/ת לעמוד בכללי טוהר הבחינות של האוניברסיטה".

2. נסמן ב- s את סכום 4 הספרות האחרונות בת"ז שלך. חברת "התפרך" מעסיקה 60 עובדים, שאחד מהם הוא המנהל. החברה קיבלה תרומה של s מסרגות בעוביים שונים (נניח 1 מ"מ עד s מ"מ) ושל $3s$ פקעות חוטי זהב זהות. התרומה מותנית שכולה תנתן לעובדים תחת שלושה תנאים שכולם צריכים להתקיים יחד:

1. כל עובד יקבל לכל היותר מסרגה אחת.
2. אף עובד לא יקבל גם מסרגה וגם פקעות חוטי זהב.
3. כל עובד פרט למנהל יקבל מספר זוגי של פקעות חוטי זהב (והמנהל יכול לקבל כמה פקעות שרוצים).

(א) בכמה דרכים ניתן לחלק את התרומה לעובדי "התפרך" אם המנהל לא קיבל מסרגה? (16 נק')

(ב) בכמה דרכים ניתן לחלק את התרומה לעובדי "התפרך" אם המנהל קיבל מסרגה? (16 נק')

3. יהי $\alpha \in \mathbb{C}$. (כל סעיף 11 נק')

(א) הוכח/י:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} 3^k = 4^\alpha$$

(ב) הוכח/י:

$$\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n \binom{n+1}{k} 3^k = \frac{4^{n+1} - 3^{n+1}}{n+1}$$

(ג) מצא/י $\alpha \notin \mathbb{Z}$ כך שמתקיים:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} 3^k \in \mathbb{N}$$

4. נסמן ב- s את סכום ארבע הספרות האחרונות בת.ז. שלך.

(א) מצא/י את המקדם של $x^s y^{s-1}$ בפיתוח הביטוי $(1-x-y)^{40}$. (10 נק')

(ב) מצא/י את המקדם של y^s בפיתוח הביטוי $(y^3 + y^8 - 2)^{35}$. (10 נק')

(ג) עובדה: ישנם $C_1, C_2 \in \mathbb{N}$ כך שמתקיים: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{100} = C_1 + C_2\sqrt{6}$.

מצא/י את C_1, C_2 כסכום של מספרים טבעיים (אין צורך לפשט הלאה). (15

נק')