הרצאה 26

נכתב על ידי נועם יערי

דוגמה

$$X \sim N\left(\mu, \sigma^2_{\text{ידוע}}\right), \alpha = 5\%$$

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

תמיד אבל μ לא ידוע.

$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim ?$ כי $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

אם H_0 נכונה , $\frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$.

אזורי דחייה אפשריים :

$$\mu_0 + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}$$

ידיעה מוחלטת – $H_1: \mu > \mu_0$:

$\mu \geq \mu_0$

$$\bar{X} < \mu - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$$

ידיעה מוחלטת – $H_1: \mu < \mu_0$:

$\mu \leq \mu_0$

$$\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} < |\bar{X} - \mu_0|$$

ידיעה מוחלטת – $H_1: \mu \neq \mu_0$:

?

סיכום הנושא הזה

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim^{H_0} N(0,1)$$

-1.96 $\quad -1.645$ $\quad 0$ $\quad 1.645$ $\quad 1.96$ $\quad H_1$

H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	H_1	$\mu_0 < \mu$
H_1	H_1	H_0	H_0	H_0	H_0	$\mu < \mu_0$
H_1	H_0	H_0	H_0	H_0	H_1	$\mu \neq \mu_0$

H_1= דחינו את H_0, H_1 מתקבלת.

$$1.645 < \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$$

דוגמה 2

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

$H_0: \mu = \mu_0$ השערה על μ.

σ לא ידוע.

כזכור, $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \Leftarrow \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ וכן $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2(n-1)}}} = \frac{\bar{X}-\mu}{S}\sqrt{n} \sim t_{n-1} \Rightarrow \frac{\bar{X}-\mu_0}{S}\sqrt{n} > t_{n-1}, \alpha$$

דוגמה 3

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

אם H_0 נכונה,

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

דוגמה 4

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$n_1 \;\; X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$n_2 \;\; Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$\boxed{4.1}$ $\sigma_{1,2}$ ידועים.

$$\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

אם H_0 נכונה,

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

(נניח $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$)

אזור הדחייה:

$$\left|\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right| > 1.96$$

$\boxed{4.2}$ $\sigma_{1,2}$ לא ידועים.

אם ידוע $\sigma_1 = \sigma_2$ (או אחרת):

$$\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)\cdot\frac{(n_1-1)S_x^2+(n_2-1)S_x^2}{n_1+n_2-2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_X^2}{n_1}+\frac{S_Y^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{\left(\frac{S_X^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_Y^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}\right)} \text{ כאשר } \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n_1}+\frac{S_Y^2}{n_2}}} \sim t_\nu$$

"קירוב *Satterswaithe*"

מודל רגרסיה

$$Y = \alpha X + \beta + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$$