תרגיל בית 11 – טופולוגיה

**שאלה 1**

יהיו  מרחבים טופולוגיים דיסקרטיים לכל . האם מרחב המכפלה  דיסקרטי?

רמז: תלוי.

**שאלה 2**

יהי  מרחב מטרי. הוכיחו כי הפונקציה  רציפה.

**שאלה 3**

יהי  מרחב טופולוגי ותהי  קבוצת אינדקסים. נסמן ב- את מרחב המכפלה . לכל  נגדיר  להיות הווקטור האינסופי שכל רכיביו הם . נסמן  עם הטופולוגיה המושרית מ-. הוכיחו כי  הומיאומורפי ל-.

**שאלה 4**

הוכיחו שמכפלת מרחבי  היא מרחב .

**שאלה 5**

1. יהי  מ"ט דיסקרטי עם בסיס . הוכיחו שלכל  מתקיים .
2. יהי  מ"ט עם בסיס ,  קבוצה ו-  פונקציה **על**. הוכיחו/הפריכו:

  בסיס לטופולוגיית המנה על .

1. יהי  הישר של סורגנפריי ותהי  פונקציית הערך השלם. מצאו את טופולוגיית המנה  על  ביחס ל-.

**שאלה 6**

נתבונן ב- עם הטופולוגיה הסטנדרטית ובפונקצית הערך השלם . נסמן ב-  את טופולוגיית המנה על  ביחס ל-.

1. הוכיחו שמתקיים  אם  אז .
2. הסיקו כי .

**שאלה 7**

1. יהיו  מ"ט,  רציפות ומתקיים . הוכיחו כי  העתקת מנה.
2. תהי  העתקת מנה. הוכיחו כי  הומיאומורפיזם   חח"ע.

**בּהצלחה!**