

לינארית 2 - מטלה 5 - העתקות לינאריות

תאריך הגשה: 25.4.2018 – 23 כל אחד בקבוצת תרגול שלו.

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. מספר תרגיל

2. שם מלא

3. ת.ז.

4. מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.

תרגיל 1. יהיו $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצות, נאמר שהן דומות אם קיימת מטריצה הפיכה P כך ש- $A = P^{-1}BP$ ונסמן $A \sim B$, הוכח שהיחס \sim הוא יחס שקילות.

תרגיל 2. כידוע יחס שקילות מחלק את הקבוצה למחלקות שקילות זרות, מצא 6 מחלקות שקילות שונות במרחב $\mathbb{R}^{2 \times 2}$. רמז: יש לעזר בתרגיל שעשינו בתרגול.

תרגיל 3. תהי $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ העתקה לינארית המקיימת

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)x - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)y \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)x + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y \\ \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \end{pmatrix}$$

1. מה ההעתקה עושה מבחינה גיאומטרית?

רמז: קחו את הווקטורים $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ וראו לאן היא שולחת אותם.

2. על סמך הסעיף הקודם האם אתם יכולים להסיק מהם הע"ע וע"ז של העתקה?

3. מצאו באופן פורמלי את הע"ע והו"ע של העתקה.

תרגיל 4. תהי $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ העתקה לינארית המקיימת

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

1. מה ההעתקה עושה מבחינה גיאומטרית?

2. על סמך הסעיף הקודם האם אתם יכולים להסיק מהם הע"ע וע"ז של העתקה?

3. מצאו באופן פורמלי את הע"ע והו"מ של העתקה.

תרגיל 5. נגדיר את המטריצה

$$J_n(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \lambda & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

למשל

$$J_4(3) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

עבור המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} J_3(3) & 0 \\ \hline 0 & J_2(8) \end{array} \right)$$

מצא את הע"ע והריבויים שלהם

בהצלחה!!