# תרגיל 3

1) א) מצאו את השלילה של הפסוק הבא:

$$C(Q)=\forall x\,\exists A\,\forall\varepsilon\big((S(A,Q)\wedge P(\varepsilon))\to(\exists q(B(q,A)\wedge R(x,q,\varepsilon)))\big)$$

ב) כתבו מהו "טווח הקשירה" של כל משתנה בפסוק.

ג) כתבו במילים את הפסוק הנ"ל. כאשר: $M=\mathbb{R}$.

והיחסים מוגדרים להיות:

$$S(A,Q)\iff A\subseteq Q$$
$$P(\varepsilon)\iff \varepsilon>0$$
$$B(q,A)\iff q\in A$$
$$R(x,q,\varepsilon)\iff |x-q|<\varepsilon.$$

עבור ההצבה $Q=\mathbb{Q}$ כך ש $\mathbb{Q}$ היא קבוצת הרציונליים.

2) הוכיחו (או) הפריכו כי הפסוק הבא:

$$(\forall x\,\exists y((P(x,y))\to(\exists y\,\forall x(P(x,y))))$$

הוא טאוטולוגיה לכל יחס $P$ כאשר $x,y$ הם שלמים. (כלומר מרחב המבנה הוא $\mathbb{Z}$).

3) א) הוכיחו (או) הפריכו את השוויונות הבאים עבור $A,B,C$ קבוצות. (רמז: השתמשו בהכלה דו-כיוונית)

i) $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

ii) $(A\cup C)\setminus B=(A\cap B)\cup(C\setminus B)$

iii) $A\Delta B=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$

ב) הוכיחו (או) הפריכו את ההכלות הבאות:

i) $(A\cup C)\setminus B\subseteq(A\cap B)\cup(C\setminus B)$

ii) $A\Delta B\supseteq(A\Delta C)\cup(B\Delta C)$

ג) הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: לכל שתי קבוצות $A,B\subseteq\mathbb{N}$ קיימת $C\subseteq\mathbb{N}$ כך ש $A\Delta C=B\Delta C$

ז) בכל הסעיפים הבאים קבעו האם $\frac{1}{2}$ שייך לקבוצה. והסבירו.

א) $A=\{\frac{1}{n} / n\in\mathbb{N}\}$

ב) $B=\{2n+1 : n\in\mathbb{N}\}$

ג) $C=\{a\in\mathbb{Q} / \exists b\in\mathbb{Q} \ a\cdot b=1\}$

ד) $D=\{a\in\mathbb{Q} / \exists z\in B : a=\frac{3}{z}\}$