

תרגיל 4 חדו"א 2 הנדסה סמסטר ב' תשע"ח

4 ביוני 2018

1. האם קיימת סביבה בה המשוואה $\sin x + \sinh y + 1 = 0$ מגדירה את y כפונקציה סתומה של x , $y = f(x)$?

2. הוכיחו שהמשוואות הבאות מגדירות את z כפונקציה של המשתנים x, y בסביבת הנקודה $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$, וחשבו את הנגזרות z_x, z_y בנקודה:

(א) $F(x, y, z) = y^2 + xy + z^2 - e^z - 4 = 0$ בסביבת $(0, e, 2)$. חשבו גם את z_{yy} .

(ב) $F(x, y, z) = xz + y \ln z + x^2 = 0$ בסביבת $(-2, 0, 2)$. חשבו גם את z_{xy} .

3. נתונה המשוואה:

$$\sqrt{x^2 + y^5 + \cos z - 1} - 1 - z^4 = 0$$

האם המשוואה מגדירה את z כפונקציה של x, y בסביבת הנקודה $(-1, 0, 0)$? את y כפונקציה של x, z ? את x כפונקציה של y, z ?

4. מצאו את כל הנקודות הקריטיות של הפונקציה:

$$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$$

וסווגו אותן.

5. מצאו את הנקודות הקריטיות של הפונקציה:

$$f(x, y) = (x + y)e^{-(x^2 + y^2)}$$

וסווגו אותן.

6. נסעתי לאמריקה למצוא אפשרויות

אמרו לי אנשים ששם קל יותר לחיות

ארזתי מזוודה, תליתי בה תקוות

עליתי על מטוס, פשוט קצת לנסות

(המלך זצ"ל)

בהנחה שהמזוודה בצורת תיבה, נפחה S ושטח הפנים שלה מינימלי - מהם אורכה, רוחבה וגובהה של המזוודה?

7. בנמל קטן בחוף של פורטוגל, יש מגדלור גלילי, המתואר על ידי המשוואה $x^2 + y^2 = 1$. היכן שהגליל חותך את המישור $z = x + y$, במגדלור, היא שם חיכתה לי. מצאו את הנקודה (או הנקודות) הקרובה ביותר ואת הנקודה הרחוקה ביותר מהיכן שהיא חיכתה לי אל הראשית $(0, 0, 0)$.

8. עכשיו עליי למכור ספינה כדי לממן בניית חומות זהב מסביב למגדלור. מחיר הספינה נקבע על ידי הפונקציה $P(x, y, z) = y(x + z)$ כאשר $x, y, z \in \mathbb{R}$. מצאו מהו טווח המחירים לספינה תחת האילוצים:

$$x^2 + y^2 = 1, y^2 + z^2 = 4$$

אפשר להניח שהמחיר הוא אי-שלילי.

9. מצאו את המינימום של $f(x, y) = x$ תחת האילוץ $g(x, y) = y^2 + x^4 - x^3 = 0$. האם שיטת כופלי לגראנז' תעזור במקרה זה?