

תרגיל 9 במבנים אלגבריים
89-214 סמסטר א' תשע"ח

הוראות בהגשת הפתרון יש לרשום בכל דף שם מלא, מספר ת"ז ומספר קבוצת תרגול.

תרגיל 1. חשבו את $q(x)$ ואת $r(x)$ אשר מקיימים $f(x) = q(x) * g(x) + r(x)$ ו $\deg r(x) < \deg g(x)$ כאשר:

א. $g(x) = x^2 - x - 1, f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ ב $\mathbb{Q}[x]$.

ב. $g(x) = x^2 + x + 7, f(x) = 3x^5 + x^4 + x^2 + 1$ ב $\mathbb{Z}_3[x]$.

תרגיל 2. בהינתן מטריצה $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- א. חשבו את d_{min} .
 - ב. כמה שגיאות הקוד יכול לזהות וכמה לתקן?
 - ג. בדקו את תקינות הקוד עבור המילים שהתקבלו, ובמידה וניתן לתקן- תקנו:
- א. $v_1 = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$
 - ב. $v_2 = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)$
 - ג. $v_3 = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$

תרגיל 3. בהינתן המטריצה $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- א. חשבו את d_{min} .
 - ב. כמה שגיאות ניתן לזהות ועד כמה שגיאות ניתן לתקן.
- תרגיל 4.** הראו כי אם בחוג R , לכל $x \in R$ מתקיים $x^2 = x$ אזי R קומוטטיבי. תזכורת: נאמר שחוג R הוא חוג קומוטטיבי אם הכפל בו מקיים את החוק הקומוטטיבי, כלומר $ba = ab$ לכל $a, b \in R$.

תרגיל 5. יהיה $R[x]$ חוג הפולינומים מעל חוג קומוטטיבי R . נגדיר $K = \{f \in R[x] : f(137) = 0\}$

- א. הוכיחו ש- K אידיאל ב- $R[x]$.
- ב. האם $K = \{f \in R[x] : f(1) = 10\}$ הוא אידיאל ב- $R[x]$?

תרגיל 6. תזכורת: 1 הוא הנייטרלי לכפך.

הוכח או הפרך:

- א. אם I אידיאל אזי הקבוצה $\{1 - a : a \in I\}$ סגורה לכפל.
- ב. אם $I_1 \subseteq I_2 \subseteq I_3 \dots \cup_n I_n$ הוא אידיאל.
- ג. האם הקבוצה הבאה של מטריצות מהווה חוג לפי הפעולות הסטנדרטיות כאשר F שדה:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & b \\ a & c \end{pmatrix} \subseteq M_2(F) \right.$$