

תרגיל 11 - לינאריות

(1) חשבו את הפולינום האופייני של המטריצות הבאות:

א. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

ב. $\begin{pmatrix} i & 1+i \\ 1-i & i \end{pmatrix}$ (מעל שדה המרוכבים).

ג. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

(2) יהיו A, B מטריצות. הוכיחו: ע"ע של BA שווים לע"ע של AB .

(3) חשבו את הע"ע והו"ע של המטריצות הבאות:

א. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

ב. $\begin{pmatrix} i & 1+i \\ 1-i & i \end{pmatrix}$ (מעל שדה המרוכבים).

ג. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

(4) אילו מטריצות מבין הבאות ניתנת לליכסון? אם כן, רשום את הצורה המלוכסנת שלה.

א. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

ב. $\begin{pmatrix} i & 1+i \\ 1-i & i \end{pmatrix}$ (מעל שדה המרוכבים).

ג. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (מעל שדה הממשיים).

(5) הגדרה: תהא $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$, $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m \in \mathbb{F}[x]$ אזי

הצבה של A בפולינום מוגדר להיות $f(A) = a_0I + a_1A + \dots + a_mA^m$:

נתון הפולינום $f(x) = x^2 + 2x + 1$. הציבו את המטריצות שהוגדרו בשאלות הקודמות בפולינום הנתון.

בהצלחה!